Comissão de Exames de Admissão

EXAME DE MATEMÁTICA - 2022

1. A prova tem a duração de 12**0 minutos** e contempla 30 questões;
2. Confira o seu código de candidatura;
3. Para cada questão assinale apenas a alternativa correcta;
4. Não é permitido o uso de qualquer dispositivo electrónico (máquina de calcular, telemóveis, etc.).

1. Seja $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ dada por $f(n+1)=n-1$. Qual é o valor de $f(n-1)$?

A: $n+1$ B: n C: $n-2$ D: $n-3$

2. Sejam dados os conjuntos A={x∈R: $-5<x-3\le 5$}, B={x∈R: $x^2-25\ge 0$} e C={x∈R: $3x-3\le 1+2x$}. Determine o conjunto $B\setminus(A\cap\overline{C})$.

A: $x\in]-\infty;-5]$ B: $x\in]-\infty;-5[$ C: $x\in[-5;5]$ D: $x\in]-5;5[$

3. Considere, num referencial ortonormado do plano, a recta que passa pelos pontos de coordenadas $(3,-\sqrt{3})$ e $(2,1-\sqrt{3})$. Qual é a inclinação dessa recta?

A: 30º B: 45º C: 135º D: 150º

4. Seja dada uma função real $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{kx} & \text{se } x\ge 1\\ 2-x & \text{se } x<1\end{cases}$. Determine o valor de *k* de modo que a função seja contínua em R.

A: $k=0$ B: $k=1$ C: $k=2$ D: $k=3$

5. Determine o resto da divisão do polinómio $p(x)=x^{1000}+x^2+56$ pelo polinómio $g(x)=x+1$.

A: 56 B: 58 C: 61 D: 66

6. Considere a sucessão v_n definida por recorrência, por $v_n=\begin{cases}v_1=2\\ v_{n+1}=\dfrac{1}{v_n}\end{cases}$ para qualquer número natural *n*. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

A: A sucessão v_n é uma progressão aritmética. B: A sucessão v_n é uma progressão geométrica.
C: A sucessão v_n é monótona. D: A sucessão v_n é limitada.

7. Um atleta efectuou um treino de 12 dias em que todos os dias correu sempre mais 800 metros do que havia corrido no dia anterior. Sabendo que nos primeiros 11 dias correu um total de 88 quilómetros, quantos quilómetros correu no 12º dia (e último) de treino?

A: 10,6 km B: 11,4 km C: 12,8 km D: 14,3 km

8. Um jogador joga um dado (com formato de um pequeno cubo com faces enumeradas por pontinhos de 1 a 6), de forma que ele vê o total de pontos da face superior e da face imediatamente a sua frente. Se ele considerar o total dos pontos nessas duas faces, qual das opções não contém um resultado impossível?

A: {2, 3, 5} B: {3, 5, 7} C: {7, 8, 11} D: {8, 9, 10}

9. Numa ilha isolada, foi efectuado o registo parcial das distâncias percorridas por uma tartaruga. Verificou-se que esta percorreu 40 metros no 1º dia de registo e a cada dia que passava percorria mais 5 metros do que no dia anterior. Ficou igualmente registado que a tartaruga percorreu 13 quilómetros durante todo o tempo da experiência.
Quantos dias decorreram entre o 1º dia e o último dia de registo?

A: 70 B: 65 C: 60 D: 55

10. Um elevador pode levar 20 adultos ou 24 crianças. Se 15 adultos já estão no elevador, quantas crianças podem ainda entrar?

A: 9 B: 8 C: 7 D: 6

11. A função real g, de variável real, tem duas assímptotas verticais e uma assímptota não vertical ao gráfico de g. Qual das expressões seguintes poderá representar a função g?

A: $\frac{x^3}{x^2-1}$ B: $\frac{x+1}{x-1}$ C: $\frac{|x|-1}{x^2-1}$ D: $\frac{|x|}{x-1}$

12. Considere a função real de variável real definida por: $g(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x+2} & \text{se } x\neq -2\\ \boldsymbol{a} & \text{se } x=-2\end{cases}$ em que a é um número real.

Determine o valor de ***a*** para que $\lim\limits_{x\to -2} g(x)$ exista.

A: 2 B: 0 C: – 2 D: – 4

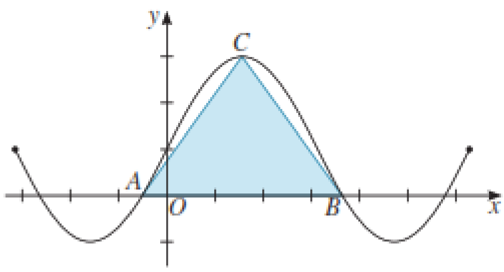
13. Uma secretária executiva, querendo se organizar, precisa agrupar uma série de pastas que estão em seu poder. Ela percebe que se montar grupos de 3 pastas, uma fica sobrando ; caso agrupe de 4 em 4 pastas, sobram 2. Montando grupos de 5 pastas, restam 3 e, caso agrupe de 6 em 6 pastas, restam 4. Quantas pastas tem a secretária, sabendo que são menos de 100?

A: 57 B: 58 C: 59 D: 60

14. Determine o valor exacto da expressão $\frac{sen^2 60^o + sen 1080^o - \cos 1440^o}{\cos 720^o + sen 1800^o}$.

A: $-0{,}25$ B: 1 C: 1,5 D: 2

15. Na figura ao lado está representado o gráfico da função $f(x)=1+2senx$, de domínio $[-\pi, 2\pi]$. Os pontos A e B são pontos de intersecção consecutivos do gráfico da função com o eixo das abcissas e a ordenada de C é máximo da função. Determine o valor exacto da área do triângulo [ABC]



A: 2π B: π C: $\frac{3\pi}{2}$ D: $\frac{\pi}{2}$

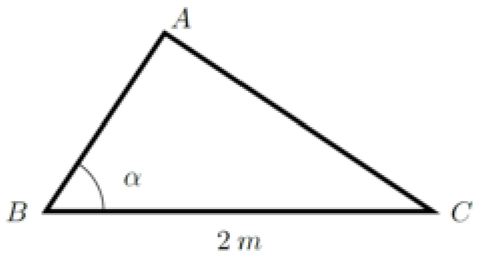
16. Considere o intervalo $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$. Qual das seguintes equações **não** tem solução no intervalo indicado?

A: $\cos x = -0{,}5$. B: $senx = -0{,}5$. C: $\cos x = -0{,}9$. D: $senx = -0{,}9$.

17. A Kelly olhou para o seu relógio analógico quando este marcava 10 horas e 45 minutos.
Passado algum tempo, ao ver novamente as horas, a Kelly concluiu que o ponteiro dos minutos tinha rodado -3π radianos.
Que horas marcava o relógio da Kelly, neste último instante?

A: 11h e 15 min. B: 11h e 45 min. C: 12h e 15 min. D: 13h e 45 min

18. Na figura ao lado está representado um triângulo ABC rectangular em A, cuja hipotenusa mede 2*m*. Qual das seguintes expressões dá a área do triângulo ABC em função da amplitude do ângulo ABC (α)?



A: $2 \cdot sen\alpha \cdot \cos\alpha.$ B: $2 \cdot sen\alpha \cdot tg\alpha.$

C: $4 \cdot sen\alpha \cdot \cos\alpha.$ D: $4 \cdot sen\alpha \cdot tg\alpha.$

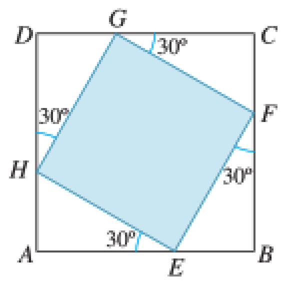
19. Uma empresa oferece cursos de inglês e espanhol para um grupo de funcionários. Há 105 funcionários que pretendem estudar inglês, 118 que preferem espanhol e 37 que pretendem estudar simultaneamente os dois idiomas. Sabendo que um sétimo do total de funcionários desse grupo não pretende estudar qualquer idioma estrangeiro, quantos são os funcionários desse grupo?

A: 238 B: 231 C: 224 D: 217

20. Um jardim tem uma torneira e dez roseiras dispostas em linha recta. A torneira dista 50 metros da primeira roseira e cada roseira dista 2 metros da seguinte. Um jardineiro, para regar as roseiras, enche um balde na torneira e despeja o seu conteúdo na primeira roseira. Volta à torneira e repete a operação para cada roseira seguinte. Após regar a última roseira e voltar à torneira para deixar o balde, quantos metros ele terá andado?

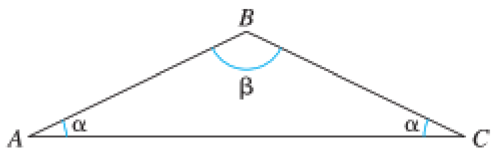
A: 1200 m B: 1180 m C: 1130 m D: 1110 m

21. Na figura ao lado estão representados dois quadrados [ABCD] e [EFGH]. Tendo em conta os dados da figura e sabendo que $\overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \overline{AE} = 9cm$, calcule a área do quadrado [EFGH].

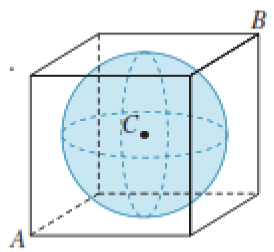


A: $6\sqrt{3}cm^2.$ B: $(9+3\sqrt{3})cm^2.$ C: $108cm^2.$ D: $324cm^2.$

22. Na figura ao lado, está representado um triângulo [ABC] com dois ângulos de amplitude α e um ângulo de amplitude β.
Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?



A: $\cos\beta = sen(2\alpha)$ B: $\cos\beta = \cos(2\alpha)$ C: $\cos\beta = -sen(2\alpha)$ D: $\cos\beta = -\cos(2\alpha)$]



23. Na figura ao lado está representada uma esfera inscrita num cubo. A esfera de centro em C tem 3 centímetros de raio e [AB] é uma diagonal espacial do cubo. Ache o valor do produto escalar $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A: -54 B: -36 C: 36 D: 54

24. Num referencial ortonormado xOy , considere a circunferência definida por $x^2 + y^2 = 13$. A recta r é tangente à circunferência no ponto de coordenadas $(-2, 3)$. Qual da equações seguintes define a recta r ?

A: $-2x + 3y - 5 = 0.$ B: $3x + y = 0.$ C: $2x - 3y + 13 = 0.$ D: $y = \dfrac{3}{2}x + 6.$

25. Dados dois pontos A e B do plano, o conjunto dos pontos P do plano, tais que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, é:

A: uma circunferência B: um segmento de recta C: uma recta D: um círculo.

26. A base quadrada de uma pirâmide tem 144 m^2 de área. A 4 m do vértice traça-se um plano paralelo à base e a secção assim feita tem 64 m^2 de área. Qual é a altura da pirâmide?

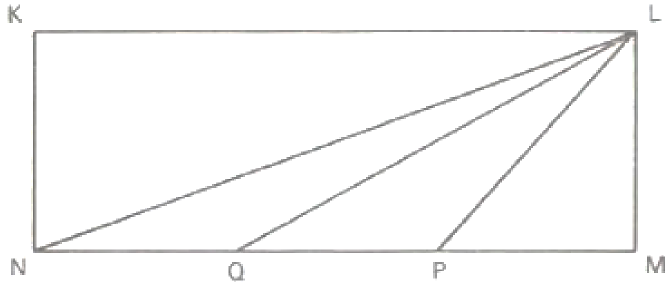
A: $10\sqrt{2}$ m B: $9\sqrt{2}$ m C: 6 m D: 8 m

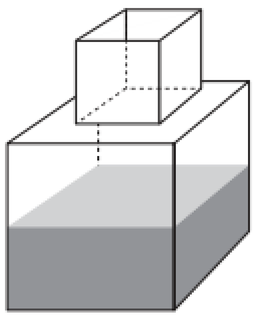
27. Numa determinada localidade foi detectada uma praga de roedores. O seu número varia de acordo com a função $h(x)=\dfrac{3000}{x^2-6x+10}$, em que *x* representa o número de dias depois da detecção da praga. Calcule o número de roedores no momento em que foi detectada essa praga.

A: 100 B: 300 C: 1000 D: 3000

28. Na figura ao lado, considere o rectângulo KNML com $\overline{NQ}=\overline{PM}=\dfrac{\overline{NM}}{3}$. Se a soma das áreas dos triângulos NQL e PML é 16, calcule a área do rectângulo KNML.

A: 72 B: 48 C: 32 D: 24





29. Uma fábrica tem um depósito para armazenar água formado por duas partes cúbicas que se comunicam como indica a figura ao lado. A aresta da parte cúbica de baixo tem a medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo. Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente a parte restante do depósito?

A: 10 min B: 16 min C: 18 min D: 20 min

30. Considere um triângulo rectângulo e a circunferência inscrita nele. Se o ponto de contacto entre a hipotenusa e a circunferência divide a hipotenusa em dois segmentos de 4 cm e 6 cm, determine a área deste triângulo.

A: 12 cm^2 B: 16 cm^2 C: 24 cm^2 D: 32 cm^2

Fim