



Comissão de Exames de Admissão

EXAME DE MATEMÁTICA - 2023

1. A prova tem a duração de 120 minutos e contempla 34 questões;
2. Confira o seu código de candidatura;
3. Para cada questão assinale apenas a alternativa correcta;
4. Não é permitido o uso de qualquer dispositivo electrónico (máquina de calcular, telemóvel, etc.).

1. Qual das expressões é uma proposição?

~~A. $\sqrt{3} + 4$~~

~~B. $5 > 8$~~

~~C. $2x > 3$~~

~~D. $x - 6 > 8$~~

2. Considere os conjuntos $M = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 6\}$ e $N = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$. Qual é o conjunto $M \setminus N$?

~~A. $x \in]3, 6]$~~

~~B. $x \in [3, 6]$~~

~~C. $x \in [3, 6[$~~

~~D. $x \in]3, 6[$~~

3. Sejam p e q duas proposições com os valores lógicos V e F respectivamente. Qual das proposições tem o valor lógico falso?

~~A. $\sim (p \wedge q)$~~

~~B. $p \vee \sim q$~~

~~C. $p \vee q$~~

~~D. $\sim p \wedge q$~~

4. Qual das expressões algébricas é racional inteira?

~~A. $\frac{\sqrt{x-1}}{-2}$~~

~~B. $\frac{x-1}{x-2}$~~

~~C. $\frac{x-1}{-2}$~~

~~D. $\frac{-1}{x-2}$~~

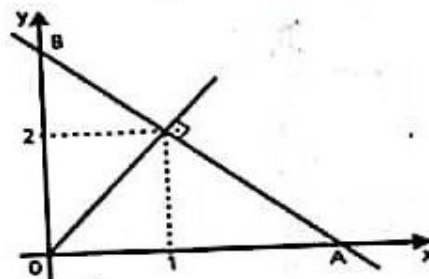
5. Qual é a área do triângulo OAB esboçado na figura ao lado?

~~A. $\frac{25}{4}$~~

~~C. $\frac{24}{4}$~~

~~B. $\frac{21}{4}$~~

~~D. $\frac{27}{4}$~~



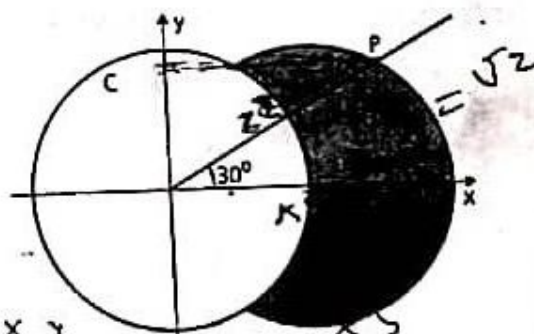
6. A circunferência de centro em (2, 0) e tangente ao eixo y é interceptada pela circunferência C, definida pela equação $x^2 + y^2 = 4$, e pela semi-recta que parte da origem e faz ângulo de 30° com o eixo-x, conforme a figura abaixo. Quais são as coordenadas do ponto P.

~~A. $(2, \sqrt{2})$~~

~~B. $(3, \sqrt{3})$~~

~~C. $(\sqrt{2}, 2)$~~

~~D. $(\sqrt{3}, 3)$~~



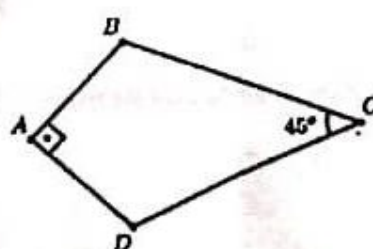
7. A figura abaixo exibe um quadrilátero ABCD, onde $AB = AD$ e $BC = CD = 2$ cm. Qual é a área do quadrilátero ABCD?

~~A. $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$~~

~~C. $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$~~

~~B. 2 cm^2~~

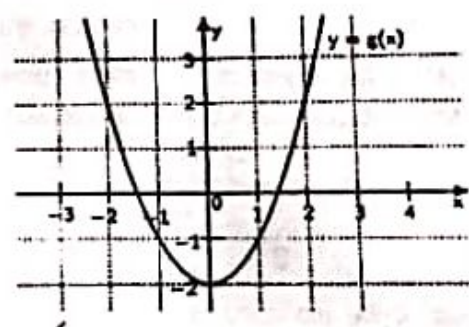
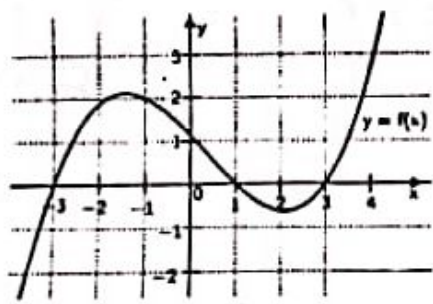
~~D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^2$~~



8. Considere A e B dois conjuntos quaisquer. Qual é a opção correcta?

9. Qual é o domínio de existência da expressão $\sqrt{4-2x}$?
~~A. $x \in]-\infty, 2]$~~ ~~B. $x \in]-\infty, 2[$~~ ~~C. $x \in [2, +\infty[$~~ ~~D. $x \in]2, +\infty[$~~
10. Qual é a expressão simplificada de $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - 2x}$?
~~A. $x+2$~~ ~~B. $x+3$~~ ~~C. $x-2$~~ ~~D. $x-3$~~
11. Em \mathbb{R} , qual é a solução da inequação $\frac{x-1}{x} \leq 0$?
~~A. $x \in]0, 1[$~~ ~~B. $x \in]0, 1]$~~ ~~C. $x \in [0, 1[$~~ ~~D. $x \in [0, 1]$~~
12. Sendo $-\text{sen}(x) = \cos(x)$ com $x \in 4^\circ$ Quadrante, qual é o valor de x ?
~~A. $\pi + 2\pi k$~~ ~~B. $\frac{1}{4}\pi + 2\pi k$~~ ~~C. $\frac{7}{4}\pi + 2\pi k$~~ ~~D. $\frac{5}{4}\pi + 2\pi k$~~
13. Qual é a soma das soluções da equação $|2-x| = \frac{3}{2}$?
~~A. 1~~ ~~B. 3~~ ~~C. 2~~ ~~D. 4~~
14. Qual é a solução da equação $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 28$?
~~A. 1~~ ~~B. 0~~ ~~C. 2~~ ~~D. 4~~
15. Qual é a expressão simplificada de $\frac{n! - (n-1)!}{n!}$?
~~A. $\frac{n-1}{n}$~~ ~~B. $\frac{n+1}{n}$~~ ~~C. $\frac{n}{n-1}$~~ ~~D. $\frac{n}{n+1}$~~
16. Numa competição, há 4 concorrentes. Não havendo empates, de quantas maneiras diferentes podem ser classificados?
~~A. 8~~ ~~B. 4~~ ~~C. 24~~ ~~D. 12~~
17. Na escolha de um número de 1 a 30, qual é a probabilidade de que seja sorteado um múltiplo de 5?
~~A. 1~~ ~~B. $\frac{1}{5}$~~ ~~C. $\frac{1}{6}$~~ ~~D. 0~~
18. Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 30° . Após percorrer 2000m, em linha recta, qual será a altura atingida pelo avião aproximadamente?
~~A. 100m~~ ~~B. 2000m~~ ~~C. 200m~~ ~~D. 1000m~~

19. As figuras abaixo ilustram, respectivamente, os gráficos das funções $y=f(x)$ e $y=g(x)$. Qual é o valor de $f(g(-1)) - g(f(1))$?



20. Qual é a soma de todos os termos da sucessão $(9; 3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81}; \dots)$?
~~A. $\frac{3}{2}$~~ ~~B. $\frac{9}{2}$~~ ~~C. $\frac{27}{2}$~~ ~~D. $\frac{81}{2}$~~

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$$

$$9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots = -81$$

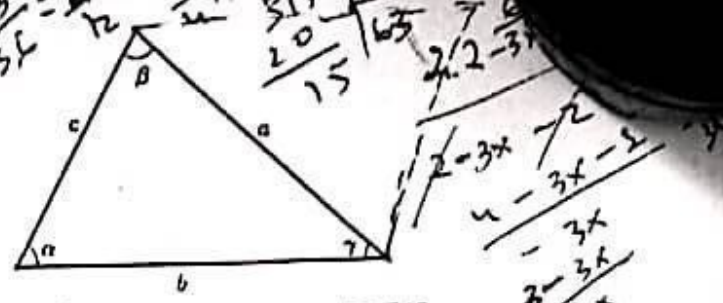
$$(91) (51) (31) (27) (17) (13) (11)$$

$$-729 + 243 + 81 + 27 + 9 + 3 + 1 = -81$$

$$972 + 108 + 18 + \dots = \frac{1093}{81}$$

$x+45$
 $x+9$
 $(x+9)(x+9)$
 $x^2 + 18x + 81$
 $63x + 81$
 $63x = 81$
 $x = \frac{81}{63}$
 $x = \frac{9}{7}$
 200

21. Considere o triângulo exibido na figura abaixo, com lados de comprimentos a, b e c e ângulos α, β e γ . Suponha que a sequência (γ, α, β) é uma progressão aritmética (PA). Qual é a medida do ângulo γ .



22. Sabendo que $(x; x + 9; x + 45; \dots)$ formam uma progressão geométrica, qual é o valor de x ?
- A. 30° B. 60° C. 45° D. 90°
- A. 27 B. -3 C. 9 D. 3

23. Sejam as funções $f(x) = 2 - 3x$ e $g(x) = \frac{2x-1}{x-2}$. Qual é o valor de $h(x) = g \circ f(1)$?

24. Qual é a função inversa $f^{-1}(x)$ da função $f(x) = \log_2(x-1) + 3$?
- A. $y = 2^{x+3} - 1$ B. $y = 2^{x-3} + 1$ C. $y = 2^{x+3} + 1$ D. $y = 2^{x-3} - 1$
25. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^4 \cdot (2-x)}{(x-1)^2 \cdot x^3}$?
- A. $-\infty$ B. 16 C. -16 D. 32

26. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1}$?

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. $+\infty$

27. Seja $y = 2 - (1-k)x$ a equação da recta tangente ao gráfico da função $y = x^2 + 1$ no ponto de abscissa $x = 1$. Qual é o valor de k ?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

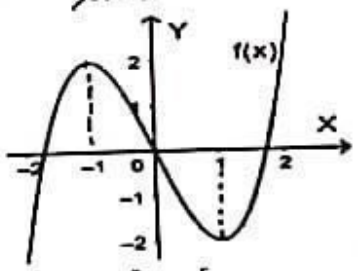
28. Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } 0 < x < 2 \\ 1 - kx, & \text{se } 2 \leq x < 4 \end{cases}$. Qual deve ser o valor de k para que a função seja contínua no ponto de abscissa $x = 2$?

A. 1 B. -2 C. 2 D. -1

29. Considere a função $f(x) = \frac{x+3}{x^2+5x+6}$. Em que ponto a função tem um ponto de descontinuidade não eliminável?

A. -2 B. -3 e -2 C. -3 D. 2 e 3

30. Quais são as abscissas dos pontos em que $f'(x) < 0$?



31. Qual é a equação da assíntota horizontal do gráfico da função $f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$?
- A. $y = 1$ B. $y = 0$ C. $y = 2$ D. $y = -1$

Handwritten calculations for question 31: $1-x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow A = \pm 1$. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(1+\frac{3}{x})}{x^2(1+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2})} = \frac{1}{1} = 1$. $x^2+5x+6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25-24 = 1 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = -2$. $x+3=0 \Rightarrow x = -3$. $y-1 = \frac{x^2}{1-x^2} \Rightarrow y-1 = \frac{x^2}{1-x^2} \Rightarrow y-1 = \frac{x^2}{1-x^2} \Rightarrow y = \frac{x^2}{1-x^2} + 1$.

32. Qual é a 1ª derivada da função $f(x) = 3^{\sqrt{2x-1}}$

A. $\frac{3^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1} \cdot \ln(3)}$

~~B. $\frac{3^{\sqrt{2x-1}}}{2 \cdot \sqrt{2x-1}} \cdot \ln(3)$~~

~~C. $\frac{2 \cdot 3^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1} \cdot \ln(3)}$~~

D. $\frac{3^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}} \cdot \ln(3)$

36
370

33. Qual é o ponto de inflexão do gráfico da função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$?

A. (1, -1)

B. (-1, -1)

C. (-1, 1)

D. (1, 1)

34
34
34
34

34. A função custo de produção de peças de automóveis é dada pela expressão $f(x) = 100 + 80x - x^2$, onde $f(x)$ é o custo de produção e x a quantidade de matéria prima. Qual é o custo de produção máxima?

~~A. 1500~~

~~B. 1600~~

~~C. 1700~~

~~D. 1800~~

136
34
170

FIM

$-x^2 + 80x + 100 = 0$

$\Delta = 6400 + 400$

$\Delta = 6800$

Rascunho

$$\begin{array}{r} 80 \\ 80 \\ \hline 6400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 80 \\ \hline 6400 \end{array}$$

-2x

$$\begin{array}{r|l} 200 & 34 \\ 170 & 0,5 \\ \hline & 306 \end{array}$$