UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

Direcção Pedagógica

Departamento de Admissão à Universidade (DAU)

Parte – I:	**MATEMÁTICA II**		
Duração:	**90 minutos**	**Nº Questões:**	**40**
Ano:	**2023**	**Alternativas por questão:**	**5**

INSTRUÇÕES

1. Preencha as suas respostas na FOLHA DE RESPOSTAS que lhe foi fornecida no início desta prova. Não será aceite qualquer outra folha adicional, incluindo este enunciado.
2. Na FOLHA DE RESPOSTAS, assinale a letra que corresponde à alternativa escolhida pintando completamente o interior do círculo por cima da letra. Por exemplo, pinte assim ⬤.
3. A máquina de leitura óptica anula todas as questões com mais de uma resposta e/ou com borrões. Para evitar isto, preencha primeiro a lápis HB, e só depois, quando tiver certeza das respostas, à esferográfica (de cor azul ou preta).

1. Considere a seguinte expressão: $|-4| + |\sqrt{2}| - |\sqrt{2} - 3|$. **O seu valor corresponde a qual das seguintes opções:**
   A. -7 B. $7 + 2\sqrt{2}$ C. 1 D. 7 E. $1 + 2\sqrt{2}$

2. **Indique as soluções da equação** $|x^2 - 2x - 1| = x - 1$:
   A. $x = -1 \vee x = 0$ B. $x = 2 \vee x = 3$ C. $x = -1 \vee x = 2$ D. $x = 0 \vee x = 3$ E. $x = -2 \vee x = 1$

3. **Qual o conjunto de soluções da inequação** $1 \leq |x - 3| \leq 2$ **:**
   A. $[1,2] \cup [4,5]$ B. $[-5,4] \cup [-2,1] \cup [1,2] \cup [4,5]$ C. $]-\infty, -2] \cup [5, +\infty[$ D. $[2,5]$ E. $[1,2] \cup [5, +\infty[$

4. **Para que valores de a e b a função** $f(x) = |x - a| + b$ **é simétrica em relação ao eixo dos YY?**
   A. $a = 0; b \in \mathbb{R}$ B. $a \in]-\infty, 0[; b = 0$ C. $a, b \in]0, +\infty[$ D. $a, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ E. $a, b \in]-\infty, 0[$

5. Considere as funções $f(x) = |x|^2 - 4$ e $g(x) = |x^2 - 4|$. **Indique a afirmação <u>incorrecta</u>:**
   A. Ambas funções têm o mesmo domínio.
   B. Ambas funções têm o mesmo contradomínio.
   C. Os zeros de $f(x)$ coincidem com os zeros de $g(x)$.
   D. $f(x) \geq 0$ para $x \in \mathbb{R}\backslash]-2,2[$ e $g(x) \geq 0$ para $x \in \mathbb{R}$.
   E. $f(x)$ é crescente em $]0, +\infty[$ e $g(x)$ é crescente em $]-2,0[\cup]2, +\infty[$.

O número de arranjos de 3 rapazes e 4 raparigas numa fila, se as raparigas têm que ficar juntas é:
A. $4! \times 4!$ B. $3! \times 4!$ C. $3! \times 2!$ D. $4! \times 4! \times 2!$ E. $3! \times 4! \times 2!$

De entre 35 alunos de uma turma, de quantos modos diferentes é possível escolher um chefe, um sub-chefe e um secretário?
A. $C_3^{35} \times 35!$ B. C_3^{35} C. $A_3^{35} \times A_3^{34} \times A_1^{33}$ D. A_3^{35} E. $A_3^{35} \times C_{32}^{35}$

Numa perfumaria quer-se colocar na montra, em fila, 3 frascos de perfume de homem e 5 frascos de perfume de mulher, escolhidos de entre 10 perfumes de homem e 12 perfumes de mulher. **De quantas formas se pode formar a fila de perfumes?**
A. $C_3^{10} \times C_5^{12}$ B. $A_3^{10} \times A_5^{11}$ C. $C_3^{10} \times C_5^{12} \times A_8^8$ D. $A_3^{10} \times A_5^{12} \times 8!$ E. $C_3^{10} \times C_5^{12} \times 22$

Considere os acontecimentos M e N de uma experiência X, tal que $P(M) = 0{,}2$ e $P(N) = 0{,}6$. **Qual dos seguintes valores pode ser o de $P(M \cup N)$?**
A. 0,1 B. 0,4 C. 0,5 D. 0,7 E. 0,9

Sabe-se que num país, a probabilidade de nascer rapaz é metade da probabilidade de nascer rapariga. **A probabilidade de um casal com dois filhos ter dois rapazes é:**
A. 1/9 B. 1/4 C. 2/3 D. 1/2 E. 1/3

O coeficiente de x^2 no desenvolvimento do binómio $(2x - 3)^5$ é igual a:
A. 1080 B. 540 C. -10 D. -540 E. -1080

A soma dos primeiro, segundo, penúltimo e último elementos de uma linha do Triângulo de Pascal é 20. **Então o sexto elemento dessa linha é:**
A. 84 B. 126 C. 220 D. 278 E. 332

Qual dos seguintes conjuntos descreve o domínio da função real de variável real $f(x) = \frac{x - log(x)}{x}$?
A. $]-\infty, 1[$ B. $]-\infty, 0[$ C. $]0, +\infty[$ D. $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ E. $\mathbb{R} \setminus]-1,1[$

27×4 2

14. De uma função quadrática f sabe-se que $(1,3)$ são as coordenadas do vértice da parábola que a representa graficamente e que $f(-2) = -4$. **Então pode afirmar-se que a função:**

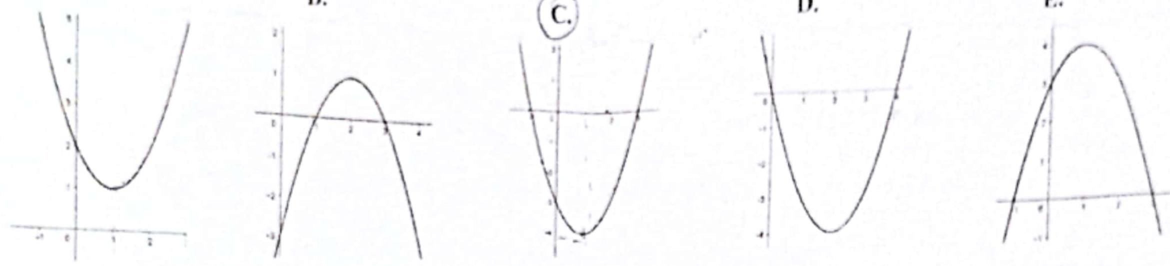
A. É par. B. Tem um único zero. C. É injectiva.
D. É monótona. E. Tem contradomínio $]-\infty, 3]$.

15. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, estritamente crescente. **Qual das afirmações pode estar incorrecta?**

A. f não pode ter mais que um zero. B. A função é injectiva. C. A função não é par.
D. $f(x-1) < f(x)$ E. O contradomínio é $\mathbb{R}^+$.

16. Seja dada $f(x) = x^2 - 2x - 3$. **Qual dos seguintes gráficos representa esta função?**

A. B. C. D. E.



17. Seja f a função real de variável real definida por $f(x) = 2^x - 2$. Para um certo número real k, o gráfico da função g, definida por $g(x) = f(x+k)$, passa no ponto de coordenadas $(-4; -3/2)$. **Qual é o valor de k?**

A. 3 B. 2/3 C. 2 D. 5 E. −4

18. Considere a função $f(x) = sen(x/2) + 3$. **Qual das seguintes opções representa o conjunto dos zeros de $f(x)$?**

A. $\{x \in \mathbb{R}: x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\{x = \pi/2\}$ C. $\{x = -3\}$ D. $\left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ E. $\emptyset$

19. Sejam f e g funções lineares de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dadas por $f(x) = 2x - 3$ e $f(g(x)) = -4x + 1$. **Nestas condições, $g(-1)$ é igual a:**

A. −5 B. 0 C. 4 D. 5 E. −4

20. Considere a soma $1 + a^1 + a^2 + \cdots + a^{2022}$. **O seu valor é dado por:**

A. $\frac{1+a^{2019}}{2} \times 2022$ B. $\frac{1+a^{2022}}{2} \times 2023$ C. $\frac{1-a^{2022}}{1-a}$ D. $\frac{1-a^{2023}}{1-a}$ E. $\frac{1+a^{2022}}{1-a}$

21. A soma duma série aritmética é 100 vezes o valor do seu primeiro termo e o último termo é 9 vezes o valor do seu primeiro termo. **Quantos termos tem a série?**

A. 91 B. 20 C. 15 D. 11 E. 50

22. De uma progressão geométrica (u_n) sabe-se que $\frac{u_{2022}}{u_{2023}} = \frac{1}{2}$ e que a soma dos 5 primeiros termos é 93. **O décimo termo é:**

A. $93 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ B. 3×2^{10} C. $5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$ D. 3×2^9 E. $\frac{93}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$

23. Os 3 primeiros termos de uma série geométrica são $m+2, m$ e $2m-3$. **Sobre a série podemos dizer que:**

A. É crescente com $m = 0$. B. É decrescente com $m = -3$ ou $m = 2$.
C. É crescente com $m = -1$ ou $m = 1$. D. Não monótona com $m = -2$.
E. Decrescente, com $m = -2$ e $m = 3$.

24. **Se $a_k = 3^{-2k}$ $(k \in \mathbb{N})$, então a soma infinita $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ é igual a:**

A. 0,1 B. 0,125 C. 0,2 D. 1,125 E. 1,2

25. Considere as seguintes sucessões, representadas pelo seu termo geral a_n $(n \in \mathbb{N})$. **Qual delas é convergente?**

A. $a_n = \frac{n^2-4}{n^2}$ B. $a_n = \frac{3n^3+5n}{n^2-5}$ C. $a_n = \left(\frac{5}{2}\right)^n$ D. $a_n = n^2 - 3$ E. Nenhuma.

26. **Determine o $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{3+n}{n-1}\right)^{2n}$, $n \in \mathbb{N}$?**

A. $+\infty$ B. e^3 C. 1 D. 0 E. e^8

27. **Indique o valor do $\lim_{x\to1} \frac{x^4-5x^2+4}{x^2+x-2}$:**

A. −2 B. 0 C. 1 D. $+\infty$ E. $-\infty$

28. **Qual o limite, quando $x \to 5$, da função $\frac{2x^2-50}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$?**

A. $40\sqrt{5}$ B. $25\sqrt{10}$ C. ∞ D. 0 E. 2/5

29. De uma função g, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ existe e que $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x^2} = k$, $k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. **Qual poderá ser $\lim_{x\to+\infty} g(x)$?**

A. 0 B. −1 C. 1 D. ±2 E. $\pm\infty$

30. Para certos números reais a e b, é contínua a função definida por $f(x) = \begin{cases} a, \ se\ x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}, se\ 0 < x < 4 \\ b, \ se\ x \geq 4 \end{cases}$. **Determine a e b.**

A. $a = b = 1$ B. $a = 4; b = \frac{1}{2}$ C. $a = \frac{1}{4}; b = 0$ D. $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{4}$ E. $a = 0; b = 4$

31. Considere a função $f(x) = ln\left(\frac{x^2-2}{2}\right)$. **Determine a sua derivada:**

A. $\frac{2x}{x^2-2}$ B. $\frac{4x}{x^2-2}$ C. $2x$ D. $\frac{2(x-1)}{x^2-2}$ E. $\ln\left(\frac{x^2-2}{2x}\right)$

32. Sejam f e g funções tais que $f(2) = 4, f'(2) = -2, g(2) = -3$ e $g'(2) = 1$. **Determine o valor de $\left(\frac{1}{f+g}\right)'$ no ponto $x = 2$.**

A. 0 B. -1 C. 1 D. -2 E. 2

33. Considere a função $f(x) = \frac{x}{x+1}$ definida em $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. **Determine o(s) ponto(s) do gráfico de f nos quais a recta tangente é paralela à recta $y = x$.**

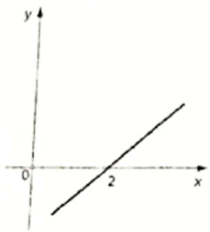
A. $(0,0)$ B. $(1,-1)$ e $(1,1)$ C. $(0,1)$ D. $(0,0)$ e $(-2,2)$ E. $(1,2)$ e $(2,1)$

34. Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. **Os seus máximos e mínimos são:**

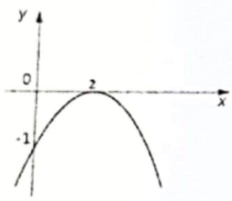
A. Máx. M(3,3); Mín. P(0,0). B. Máx. M(0,3); Mín. P(2,-1). C. Máx. M(3,0); Mín. P(2,-1).
D. Máx. M(-1,2); Mín. P(0,3). E. Máx. M(2,-1); Mín. P(0,3).

35. Seja $f(x)$ uma função cujo gráfico tem um ponto máximo de abcissa $x = 2$. **Qual dos seguintes gráficos poderá representar o da sua primeira derivada:**

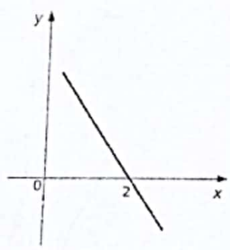
A.



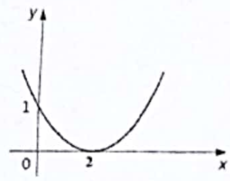
B.



C.



D.



E. Nenhuma das opções anteriores.

36. Seja $h(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$ uma função de domínio $\mathbb{R}$. **Indique qual das afirmações está correcta:**

A. $h(x)$ tem 3 zeros em $x = -1, x = 0$ e $x = 1$. B. $h(x)$ tem um mínimo e não tem máximo.
C. $h(x)$ é crescente em todo o seu domínio. D. $h(x)$ tem um ponto de inflexão em $x = -3$.
E. O gráfico de $h(x)$ apresenta a concavidade voltada para cima no intervalo $\left]\frac{1}{3}, +\infty\right[$.

37. Considere o número complexo $z = i(i + 1)$. **Qual o resultado da sua simplificação?**

A. $1 - i$ B. $i + 1$ C. $-2i$ D. $i - 1$ E. $-1 - i$

38. Considere a equação $z^3 - 4z^2 + 5z = 0$, onde z pertence ao conjunto dos números complexos, $\mathbb{C}$. **Qual dos conjuntos representa as soluções da equação?**

A. $\{0, 2 + i, 2 - i\}$ B. $\{0, i, -i\}$ C. $\emptyset$ D. $\{1 + i, -1 + i\}$ E. $\{-i, i, -1, 1\}$

39. Seja $f'(x) = \frac{1}{3}sen\left(\frac{x}{2}\right) + 3x^2$ a derivada de uma função real $f(x)$. **Sabendo que $f(0) = 1$, determine a primitiva de $f'(x)$.**

A. $f(x) = -\frac{2}{3}cos\left(\frac{x}{2}\right) + x^3 + \frac{5}{3}$ B. $f(x) = \frac{2}{3}sen\left(\frac{x^2}{4}\right) + x^3 + 1$ C. $f(x) = \frac{2}{3}cos\left(\frac{x^2}{4}\right) + x^3 + \frac{2}{3}$
D. $f(x) = -\frac{1}{6}sen\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{3x^2}{2}$ E. $f(x) = -\frac{2}{3}cos\left(\frac{x}{2}\right) + x^3 + 1$

40. Seja $g(x) = (9x^2)(3x^3 - 2)^6$ a derivada de uma função $G(x)$ e $c \in \mathbb{R}$. **Qual a possível expressão de $G(x)$?**

A. $G(x) = (3x^3)\left(\frac{3}{4}x^4 - 2\right)^6$ B. $G(x) = (3x^3 - 2x)^7$ C. $G(x) = \frac{(3x^3)}{7}\left(\frac{3}{4}x^4 - 2\right)^7 + c$
D. $G(x) = \frac{1}{7}(3x^3 - 2)^7 + c$ E. $G(x) = (3x^3)\left(\frac{3}{4}x^4 - 2x\right)^7 + c$

Fim!