Exame de Admissão da Disciplina de Matemática 2023/Curso:12ª + 3/FP

1. Um atleta A faz um determinado percurso em 70 minutos, ao passo que um atleta B faz o mesmo percurso em 1horas e 20min. Qual é razão entre os tempos gastos pelos atletas A e B?

A $\frac{4}{5}$ **B** $\frac{7}{8}$ **C** $\frac{8}{7}$ **D** $\frac{5}{4}$

Resolução:

Converter primeiro horas para minutos:

1h = 60min

A razão entre os tempos gastos pelos atletas A e B é:

Vamos dividir o tempo gasto pelo atleta A (70min) sobre o tempo gasto pelo atleta B (60min + 20min = 80min).

$r = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$

Onde r é a razão entre os tempos gastos pelos atletas A e B.

Opção B

2. Qual é o valor de x, na proposição $\frac{15-x}{6} = \frac{3}{4}$?

A $\frac{21}{2}$ B $\frac{31}{2}$ C $\frac{41}{2}$ D $\frac{51}{2}$

Resolução:

$$\frac{15-x}{6} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{15-x}{6}} = \underset{(3)}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow 2(15-x) = 9$$

$$\Leftrightarrow 30 - 2x = 9 \Leftrightarrow -2x = 9 - 30 \Leftrightarrow -2x = -21$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-21}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{21}{2}$$

Opção A

3. Uma empresa pretende alocar 100mil meticais em pesquisa e propagada de modo que a razão em quantias seja 2 ÷ 3. Quais são, respectivamente, os valores alocados para a pesquisa e propaganda.

A 20mil meticais e 80mil meticais

B 80mil meticais e 20mil meticais

C 40mil meticais e 60mil meticais

D 60mil meticais e 40mil meticais

Resolução:

Sejam os valores alocados x (pesquisa) e y (propaganda).

$x + y = 100$ mil e $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

Fazendo:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ \frac{100-y}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ------ \\ 300 - 3y = 2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ------ \\ -3y - 2y = -300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ------ \\ -5y = -300 \end{cases}$$

Proporção

A proporção é definida como a igualdade entre duas razões. Razão entre dois números é o quociente entre eles na ordem em que são dados. Sejam a e b dois números racionais, em que b é diferente de 0, a razão entre a e b é dada por: $\frac{a}{b}$

Conversão

$1h = 60min$

$60min = 60s$

Resolução de problema

Para resolver problemas, utilizando sistemas de duas equações é aconselhável:

- Escolher as incógnitas;
- Traduzir por equações as informações do enunciado.
- Resolver o sistema obtido;
- Verificar e interpretar a solução do sistema no contexto do problema.

PENSADOR

"Deus nos dá pessoas e coisas, para aprendermos a alegria... Depois, retoma coisas e pessoas para ver, se já somos capazes da alegria, sozinhos... Essa... a alegria que ele quer

(GUIMARÃES ROSA)

$\Leftrightarrow \begin{cases} ----- \\ y = -\frac{500}{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 - 60 \\ y = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$

Os valores alocados x (pesquisa) e y (propaganda) são 40 mil e 60 mil respectivamente.

Opção C

4. Na tabela abaixo as grandezas x e y são directamente proporcionais. Obtenha os valores de m e p.

x	m	4	8
y	3	6	p

A $m = 1 \vee p = 9$ B $m = 2 \vee p = 12$

C $m = 9 \vee p = 1$ D $m = 12 \vee p = 2$

Resolução:

Se as grandezas são directamente proporcionais, então:

$\frac{m}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 6m = 12 \Leftrightarrow m = \frac{12}{6} \Leftrightarrow m = 2$ e

$\frac{4}{6} = \frac{8}{p} \Leftrightarrow 4p = 48 \Leftrightarrow p = \frac{48}{4} \Leftrightarrow p = 12$

Opção B

5. O Manuel gastou 14000 meticais na compra de um painel solar. Após um ano, vendeu-o por 15500 meticais. Qual foi o lucro. Em percentagem?

A 10.5% B 10,6% C 10,7% D 10,8%

Resolução:

Gastou (G) = **14000 meticais**

Venda (V) = **15500 meticais**

Lucro (L) = ?

$L = V - G \Leftrightarrow L = 15500 - 14000 = 1500$

$P = \frac{V-G}{G} \cdot 100\% = \frac{1500}{14000} = 10{,}71\%$ (*a uma casas decimais esse número é aproximado a* 10,7%)

Opção C

6. Uma corrente de Prata, cujo preço de tabela é 420 meticais, é vendida com desconto de 20%. Qual é o preço após sofre desconto?

A 307 B 311 C 321 D 336

Resolução:

Preço fixo (Pf) = 420 meticais

Desconto (D) = 20% de preço fixo

Calcular o desconto:

$D = \frac{20}{100} \times 420 \Leftrightarrow D = \frac{8400}{100} = 84$

O preço após sofre desconto (PAD).

$PAD = Pf - D \Leftrightarrow PAD = 420 - 84 = 336$

O preço após sofre desconto (PAD) é de 336 meticais

Opção D

Proporção

Consideramos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$ entao $a \cdot d = b \cdot c$, isto é, em toda proporção, o produto cruzados $a \cdot d$ e $b \cdot c$ e $a \cdot d = b \cdot c$.

Lucro

$L = R - C$, Onde:

L – Lucro, C- Custo e R - Receita

Lucro percentual

$L\% = \frac{L}{V_i} \cdot 100$, onde: V_i é o valor inicial

Desconto

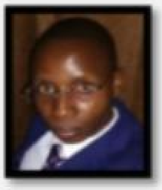
$D = \alpha \cdot v_i$

α é a percentagem a ser descontada.

V_i é o valor inicial sujeito ao desconto.

Preço Final depois do desconto

$P_{Final} = v_i(1 - \alpha)$



7. Sendo A, B e C conjuntos quaisquer. Qual das seguintes propriedades é correcta?

A $A \cap \emptyset = A$ B $B \cup \emptyset = A$

C $A \cup B = A$ D $A \cup A = A$

Resolução:

***Opção D** (leia o comentário a direita)*

8. Qual das seguintes operações é verdadeira?

A $Z^{+} \cup Z^{-} = Z$ B $(3{,}2 - 1) \in N$

C $IN \subset Z$ D $5{,}17 \in Z$

Resolução:

Opção C

9. Em um grupo de 44 pessoas residentes em certo município, 15 trabalham por conta própria e 36 trabalham com contrato assinado. **Qual é número de pessoas desse grupo que trabalha por conta própria e com contrato assinado?**

A 1 B 3 C 5 D 7

Resolução:

Conta Própria (CP) = 15 Residentes

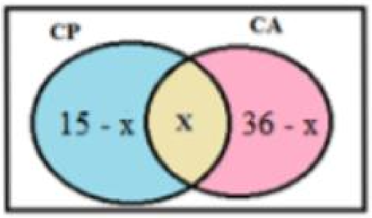
Contrato assinado (CA) = 36 Residentes

Universo (U) = 44 Residentes

X - trabalha por conta própria e com contrato assinado

Diagrama de Venn

U = 44



Determinando o valor de x.

$15 - x + x + 36 - x = 44 \Leftrightarrow -x = 44 - 51 \Leftrightarrow x = 7$

O Número de pessoas desse grupo que trabalha por conta própria e com contrato assinado é de 7.

Opção D

10. Qual é o valor de $\log_3(81 \div 9)$?

A 4 B 3 C 2 D 1

Resolução:

$\log_3(81 \div 9) \Leftrightarrow \log_3 81 - \log_3 9 = \log_3 3^4 - \log_3 3^2$

$= 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 4 - 2 = 2$

Opção C

Propriedades das Operações com conjuntos

- $A \cap \emptyset = \emptyset$ (elemento absolvente)
- $A \cup A = A$ (idempotência)
- $B \cup \emptyset = B$ (elemento neutro)
- $A \cup B = B \cup A$ (Comutativa)

Conjunto Numéricos

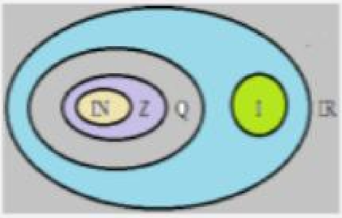
- **Números inteiros:**

Z = {…, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, …}

- **Números naturais:**

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …}

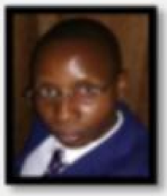
Relação entre conjuntos Numéricos



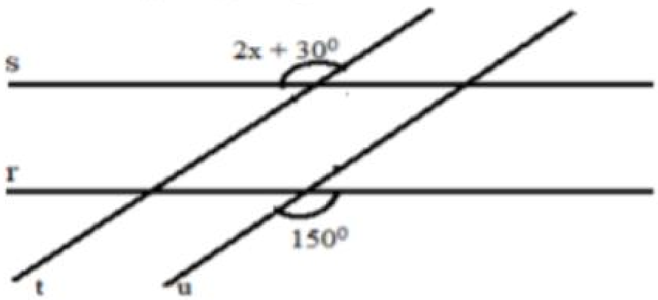
N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R → N está contido em Z, que está contido em Q e que está contido em R.

Propriedades de logaritmos

- $\log_a(c \div b) = \log_a c - \log_a b$
- $\log_a a^n = n$



11. Sendo $r//s, t//u$, qual é o valor de x?



A 60^o B 70^o C 80^o D 90^o

Resolução:

$2x + 30^o = 150^o \Leftrightarrow 2x = 150^o - 30^o \Leftrightarrow 2x = 120^o$

$\Leftrightarrow x = \frac{120^o}{2} = 60^o$

Opção A

12. Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $30 \leq y \leq 40$.
Qual é o menor valor possível de $\frac{y}{x}$?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D 3

Resolução:

Fazendo: $\frac{y}{x} = \frac{30}{10} = 3$ **(leia o comentário a directa)**

Opção D

13. Um rectângulo tem de área $90m^2$. Quanto tem de lado, um quadrado com a mesma área?

A $3\sqrt{10}$m B $10\sqrt{3}$m C $4\sqrt{5}$m D $5\sqrt{4}$m

Resolução:

No problema acima a área do quadrado é igual a área do rectângulo.

Sabendo que: $C \times l = 90m^2$, então, $l^2 = 90m^2$.

Determinar o lado:

$l^2 = 90m^2 \Leftrightarrow l = \sqrt{90m^2} \Leftrightarrow l = 3\sqrt{10}m.$

Opção A

14. Sejam $f(x) = x - 1$ e $g(x) = x^2$ duas funções. A função $fog(x)$ é igual a…

A $x^2 - 2x + 1$ C $x^2 + 1$
B $x^2 - 1$ D $x^2 + x - 1$

Resolução:

$fog(x) = x^2 - 1$

Opção B

15. Qual é o domínio da função $f(x) = \sqrt{3 - x}$?

A $Df: x \in [3; +\infty[$ C $Df: x \in]-\infty; -3[$
B $Df: x \in [-3; +\infty[$ D $Df: x \in]-\infty; 3]$

Resolução

Para se ter o menor número possível é necessário que o x tome o menor valor do intervalo [5;10], nesse caso o maior número é 10, logo: $x = 10$ e o y deve tomar o menor valor do conjunto [30;40], nesse caso 30, logo $y = 30$. **(comentário para o número 12)**

A área de um rectângulo
$A = C \times l$, onde c – comprimento e l - é a largura

Área de um quadrado
$A = l^2$, onde l – lado.

Função composta
$fog(x)$, Significa que na função f substituir x pela função g.
ex:
Dado que $f(x) = \sqrt{x+3}$ e $g(x) = 2^x + 6$.
Se quisermos determinar $fog(x)$, faz-se:
$fog(x) = \sqrt{2^x + 6 + 3}$
$fog(x) = \sqrt{2^x + 9}$

Se $f(x) = \sqrt{3-x}$ então o domínio é:
$3 - x \geq 0 \Leftrightarrow -1/-x \geq -3 \Leftrightarrow x \leq 3$
Na forma de intervalo: $Df: x \in]-\infty; 3]$
Opção D

16. Dada a equação geral da recta $9x + 6y - 3 = 0$, qual é o seu declive?

A $-\frac{3}{2}$ **B** $-\frac{2}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** $\frac{3}{2}$

Resolução:

Escrever a equação $9x + 6y - 3 = 0$ na forma $y = ax + b$, onde a – declive e b ordenada na origem.

$9x + 6y - 3 = 0 \Leftrightarrow 6y = -9x + 3 \Leftrightarrow y = -\frac{9}{6}x + \frac{3}{6}$
$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$, Onde: $a = -\frac{3}{2}$ e $b = \frac{1}{2}$. O declive da recta é: $-\frac{3}{2}$.
Opção A

17. A função $f(x) = \frac{(x+5)}{x-2}$, apresenta zeros no ponto…

A x = −5 **B x = −2** **C x = 2** **D x = 5**

Resolução:

Zeros da função: $f(x) = 0$
$\frac{(x+5)}{x-2} = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$
Opção A

18. Qual é o número positivo x, cuja soma com o seu inverso é mínimo?

A 4 **B 3** **C 2** **D 1**

Resolução:

Sejam os números x e $\frac{1}{x}$:

Para $x = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$

Para $x = 2 \Rightarrow 2 + \frac{1}{2} = 2 + 0.5 = 2{,}5$

Para $x = 3 \Rightarrow 3 + \frac{1}{3} = 3 + 0{,}3(3) = 3{,}3(3)$

Para $x = 4 \Rightarrow 4 + \frac{1}{4} = 4 + 0.25 = 4{,}25$

o número positivo x, cuja soma com o seu inverso é mínimo é 1.

Opção D

Expressão Algébrica irracional

Dada a expressão: $f(x) = \sqrt[n]{x}$

- Se o índice n for par, então, o domínio é: $D: x \geq 0$
- Se o índice n for impar, então o domínio é: $D: x \in IR$

Equação geral da recta

$Ax + By + C = 0$
Ou
$y = ax + b$, onde a – declive e b ordenada na origem.

Função fraccionária

Seja $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, onde $g(x) \neq 0$
Zero da função, encontra-se fazendo: $f(x) = 0$
ex: Dada a função $f(x) = \frac{x^2-1}{x-2}$, para determinar zeros da função f, faz:
$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1}$
$\Leftrightarrow x = \pm 1$
Zeros: -1 e 1

Pensador

Existem escola com cheiro da Morte que matam a criatividade dos alunos.
Autor Desconhecido.

19. Qual é o valor de m para que o polinómio $(3-m)x^3-2x^2-4x+1$ Seja de grau 3?

A $m=-3$ B $m\neq-3$ C $m=3$ D $m\neq 3$

Resolução:

Para $(3-m)x^3-2x^2-4x+1$ seja de grau 3 é necessariamente que:

$3-m\neq 0 \Leftrightarrow -m\neq -3 \Leftrightarrow m\neq 3$

Opção D

20. Para $k\in Z$, qual é a solução de $cosx=-1$?

A $x=2\pi k$ C $x=\pi\pm 2\pi k$

B $x=\frac{\pi}{2}\pm 2\pi k$ D $x=\frac{3\pi}{2}$

Resolução:

$\cos x=-1 \Rightarrow x=\arccos(-1)+2\pi k \Leftrightarrow x=\pi\pm 2\pi k$

Opção C

21. Simplificando a expressão $\frac{x^2-3x-18}{2x+6}$, obtém-se…

A $\frac{x+3}{2}$ C $\frac{x-3}{2}$

B $\frac{x-6}{2}$ D $\frac{x+6}{2}$

Resolução:

$\frac{x^2-x-6}{2x+4}=\frac{\cancel{(x+3)}(x-6)}{2\cancel{(x+3)}}=\frac{x-6}{2}$

Opção B

22. Quantos termos tem o desenvolvimento de $(x-1)^{n+1}$, com $n\in IN$?

A $n-2$ B $n-1$ C $n+1$ D $n+2$

Resolução:

Número de termos $= n+1+1=n+2$

Opção D

23. A Maura tem dez fichas esferográficas, quatro das quais são verdes, três azuis e as restantes vermelhas. Escolheu-se aleatoriamente uma esferográfica. Qual é a probabilidade de ser vermelha?

A $\frac{3}{7}$ **B** $\frac{7}{9}$ **C** $\frac{3}{10}$ **D** $\frac{7}{10}$

Polinómio do 3 grau

$p(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

onde $a\neq 0$ e a,b,c e d números reais quaisquer.

Equação coseno

$cosx=\cos a$, então:

$cos(x)=\begin{cases}x=\arccos a+2\pi k\\ x=-\arccos a+2\pi k\end{cases}$

Simplificação de fracções

Ex: simplifique $\frac{x^2-x-6}{2x+4}$

Primeiro factorizar o numerador

$x^2-3x-18$, Escrevendo na forma $a(x-x_1)(x-x_2)$.

$x^2-3x-18=0 \Leftrightarrow (x+3)(x-6)$

Segundo factorizar o denominador:

$2x+6$, Escrevendo na forma $a(x-x_1)$.

$2(x+3)$.

Assim sendo:

$\frac{a(x-x_1)(x-x_2)}{a(x-x_1)} \Rightarrow \frac{\cancel{(x+3)}(x-6)}{2\cancel{(x+3)}}$, simplificar os termos iguais.

A expressão simplificada é: $\frac{x-6}{2}$

Binómio de Newton

No Desenvolvimento de um binómio na forma $(a+b)^n$, com $n\in IN$. O número de termos do desenvolvimento é $n+1$.

Probabilidade

A probabilidade de um acontecimento A é dada por:

$P(A)=\frac{\text{número de casos Favoráveis}}{\text{número de casos possiveis}}$

Pensador

Não conheço o caminho para a felicidade, mas para a tristeza é tentar agradar à todos.

Autor Desconhecido.

Resolução:

Dados:

U = 10 fichas esferográficas;

Verde = 4 fichas esferográficas;

Azuis = 3 fichas esferográficas;

U =# verdes+# azuis+# vermelhas

Vermelhas =# U − (# verdes+# azuis)

⇔# vermelha = 10 − 7 ⇔# vermelha (V) = 3

V = 3 Vermelhas (**número de casos Favoráveis**)

U = 10 Fichas esferográficas (**número de casos possíveis**)

$P(V) = \frac{\#V}{\#U}$ (lei de laplace)

$P(V) = \frac{3}{10}$

Opção C

24. Qual é o conjunto solução da equação $|x+1| = 3$?

A $x = -4 \vee x = -2$ C $x = 2 \vee x = -4$

B $x = -2 \vee x = 4$ D $x = 2 \vee x = 4$

Resolução:

$|x+1| = 3 \Leftrightarrow x+1 = -3 \vee x+1 = 3$

$\Leftrightarrow x = -3 - 1 \vee x = 3 - 1$

$\Leftrightarrow x = -4 \vee x = 2$

[OUTRA RESOLUÇÃO]

$|x+1| = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 3^2$

$x^2 + 2x + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$

$a = 1; b = 2$ e $c = -8$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Leftrightarrow \Delta = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)$

$\Leftrightarrow \Delta = 4 + 32 = 36$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6$

$x_1 = \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

$x_2 = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Solução: $x = -4 \vee x = 2$ ***Opção C***

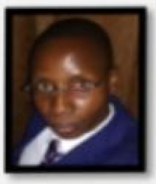
Equações com Módulo

As equações modulares são equações que apresentam expressões algébricas dentro de um módulo.
Suponha que $|x| = a$, pela definição de Módulo temos:
$\begin{cases} -x = a, se\ x < 0 \\ x = a, se\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = a \end{cases}$
Sol: {-a; a}

- $|x|^2 = a^2$

Pensador

Desconheço o motivo do teu fracasso, quando olha para o sucesso dos outros.
Furucuto: 2022.



25. Considere a função g, de domínio IR, definida por $g(x) = -|x| + 3$. Qual das equações seguintes <u>NÃO</u> tem uma solução?

A $g(x) = 1$ C $g(x) = 3$

B $g(x) = 2$ D $g(x) = 4$

<u>Resolução:</u>

Na opção A, temos: $g(x) = 1 \Rightarrow -|x| + 3 = 1$

$-|x| + 3 = 1 \Leftrightarrow -|x| = -2 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

Tem solução

Na opção B, temos: $g(x) = 2 \Rightarrow -|x| + 3 = 2$

$-|x| + 3 = 2 \Leftrightarrow -|x| = -1 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

Tem solução

Na opção C, temos: $g(x) = 3 \Rightarrow -|x| + 3 = 3$

$-|x| + 3 = 3 \Leftrightarrow -|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Tem solução

Na opção D, temos: $g(x) = 4 \Rightarrow -|x| + 3 = 4$

$-|x| + 3 = 4 \Leftrightarrow -|x| = 1 \Leftrightarrow |x| = -1$

<u>Não</u> tem solução

Opção D

Equações com Módulo

As equações modulares são equações que apresentam expressões algébricas dentro de um módulo.

Suponha que $|x| = a$, pela definição de Módulo temos:

$$\begin{cases} -x = a, se\ x < 0 \\ x = a, se\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = a \end{cases}$$

- $|x|^2 = a^2$

26.O valor de $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{an}{cn+b}\right)$ com a, b, c $\in IR$ é…

A $\frac{b}{c}$ B $\frac{a}{c}$ C $\frac{b}{a}$ D $\frac{a}{b}$

<u>Resolução:</u>

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{an}{cn+b}\right) = \frac{a\cdot(+\infty)}{c\cdot(+\infty)+b} = \left[\frac{+\infty}{+\infty}\right]$$ Indeterminação

Levantar a indeterminação

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{an}{cn+b}\right) = \lim_{n\to+\infty}\frac{a\cdot\cancel{n}}{\cancel{n}\left(c+\frac{b}{n}\right)} = \frac{a}{\left(c+\frac{b}{+\infty}\right)} = \frac{a}{(c+0)} = \frac{a}{c}$$

[OUTRA RESOLUÇÃO]

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{an}{cn+b}\right) = \lim_{n\to+\infty}\frac{a\cancel{n}}{c\cancel{n}} = \frac{a}{c}$$

Opção B

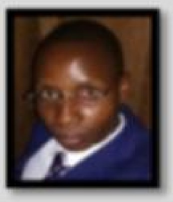
- Quando o numerador tem maior grau do que o grau do denominador, o limite quando $x\to\infty$ é igual à…

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n}{b_0x^p} = \frac{a_0}{0}$$

- Quando o numerador tem menor grau do que o grau do denominador, o limite quando $x\to\infty$ é igual à…

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n}{b_0x^p} = \frac{0}{b_0} = 0$$

- $\pm\frac{a}{0} = \pm\infty$, se $a \in IR\setminus\{0\}$



27. o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{(n^2-1)^3}{n^6-2n}$ é…

A $+\infty$ **B 6** **C 1** **D $-\infty$**

Resolução:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{(n^2-1)^3}{n^6-2n}=\frac{((+\infty)^2-1)^3}{(+\infty)^6-2(+\infty)}=\frac{+\infty}{[\infty-\infty]}\text{ Indeterminação}$$

Levantar a Indeterminação

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{(n^2-1)^3}{n^6-2n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\left[n^2\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]^3}{n^6\left(1-\frac{2}{n}\right)}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^6}{n^6}.\lim_{n\to+\infty}\frac{\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^2}{\left(1-\frac{2}{n}\right)}$$

$$1.\frac{\left(1-\frac{1}{(+\infty)^2}\right)^2}{\left(1-\frac{2}{(+\infty)}\right)}=1.\frac{(1-0)^2}{(1-0)}=1\cdot1=1$$

Opção C

[OUTRA RESOLUÇÃO]

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{(n^2-1)^3}{n^6-2n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{(n^2)^3}{n^6}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^6}{n^6}=1$$

28. Seja u_n uma sucessão com 6 termos, cujo primeiro é 3 e a diferença é 4. Determine a soma de todos os termos da sucessão.

A 98 **B 78** **C 67** **D 44**

Resolução:

Soma de uma P.A

$s_n=(a_1+a_n)\cdot\dfrac{n}{2}$, onde $a_n=a_1+(n-1)d$

$$s_n=(a_1+a_1+(n-1)d)\cdot\frac{n}{2}\Leftrightarrow s_n=[2a_1+(n-1)d]\cdot\frac{n}{2}$$

$$s_6=[2\cdot3+(6-1)\cdot4]\cdot\frac{6}{2}\Leftrightarrow s_6=(6+5\cdot4)\cdot\frac{6}{2}\Leftrightarrow s_6=26\cdot3$$

$$\Leftrightarrow S_6=78$$

Opção B

Cálculo de limites

← Para levantar as indeterminações do tipo $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ dos limites apresentados nos números 26, 27 e 29, divide-se o numerador e o denominador pela potência máxima do denominador.

Seja o limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n+b_1x^{n-1}+\ldots+}{b_0x^p+b_1x^{p-1}+\ldots+}$$

- Quando o numerador e o denominador têm o mesmo grau, o $x\to\infty$ é igual ao quociente dos termos dos termos de maior grau.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n}{b_0x^p}=\frac{a_0}{b_0}$$

- Quando o numerador tem maior grau do que o grau do denominador, o limite quando $x\to\infty$ é igual à…

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n}{b_0x^p}=\frac{a_0}{0}$$

- Quando o numerador tem menor grau do que o grau do denominador, o limite quando $x\to\infty$ é igual à…

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_0x^n}{b_0x^p}=\frac{0}{b_0}=0$$

- $\pm\frac{a}{0}=\pm\infty$, se $a\in IR\setminus\{0\}$

Desenvolvendo $(n^3-1)^2=n^6-2n^3+1$

Termo geral de uma P.A

$a_n=a_1+(n-1)d$

Soma de uma P.A

$s_n=(a_1+a_n)\cdot\dfrac{n}{2}$

29. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^2-x+2}{4x^2-1}$?

A $-\infty$ B 2 C 4 D $+\infty$

Resolução:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2-x+2}{4x^2-1}=\frac{8(+\infty)^2-(+\infty)+2}{4(+\infty)^2-1}=\left[\frac{+\infty}{+\infty}\right]\text{ Indeterminação}$$

Levantar a indeterminação

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2-x+2}{4x^2-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(8-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2})}{x^2(4-\frac{1}{x^2})}=\lim_{x\to+\infty}\frac{8-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{4-\frac{1}{x^2}}$$

$$=\frac{8-\frac{1}{(+\infty)}+\frac{1}{(+\infty)^2}}{4-\frac{1}{(+\infty)^2}}==\frac{8-0+0}{4-0}=\frac{8}{4}=2$$

Opção B

[OUTRA RESOLUÇÃO]

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2-x+2}{4x^2-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2}{4x^2}=\frac{8}{4}=2$$

30. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^x$?

A e^5 B e^3 C e^{-3} D e^{-5}

Resolução:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{+\infty}\right)^{+\infty}=1^\infty\text{ Indeterminação}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^x=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{x}-1\right)\cdot x}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5}{x}\right)\cdot x}=e^5$$

Opção A

31. A solução do sistema $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=-6\end{cases}$ é o par ordenado …

A $(4;1)$ B $(1;4)$ C $(-1;-4)$ D $(-1;4)$

Resolução:

Resolvendo pelo método de substituição:

$$\begin{cases}x+y=3\\2x-y=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-x\\2x-(3-x)=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\text{--------}\\2x-3+x=-6\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\text{------}\\3x=-6+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\text{---}\\3x=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\text{---}\\x=-\frac{3}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\text{---}\\x=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-(-1)\\x=-1\end{cases}$$

Para levantar a indeterminação, basta dividir o numerador e denominador por x^2, visto que é o maior grau da expressão.

- $\pm\frac{a}{0}=\pm\infty$, se $\forall a\in IR\setminus\{0\}$
- $\frac{a}{\pm\infty}=0$, se $\forall a\in IR$

Divide-se o numerador e o denominador pela potência máxima do denominador, quando a indeterminação é do tipo $\frac{\infty}{\infty}$, e quando $x\to\infty$.

Limites notáveis

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$$

Ou

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x=e^k$$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)]^{g(x)}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1]g(x)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$$

Opção D

32. Qual é a inversa de $f(x)=\log_3(x-2)$?

A $f^{-1}(x)=2^x+2$ C $f^{-1}(x)=3^x+2$

B $f^{-1}(x)=3^{-x}-2$ D $f^{-1}(x)=2^x-3$

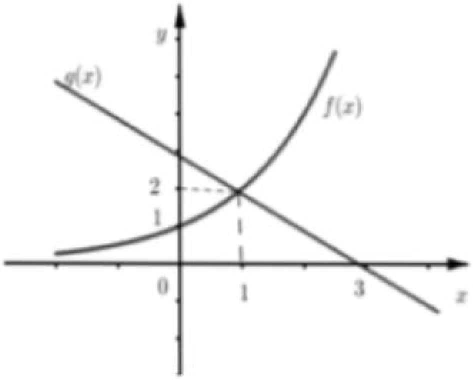
Resolução:

$f(x)=\log_3(x-2) \Leftrightarrow y=\log_3(x-2) \Rightarrow x=\log_3(y-2)$

$\Leftrightarrow y-2=3^x \Leftrightarrow y=3^x+2 \Rightarrow f^{-1}(x)=3^x+2$

Opção C

Na figura estão representadas as funções f e g. responda às perguntas 33 e 34.



33. A expressão analítica de g(x) é…

A $g(x)=-x-3$ C $g(x)=-x+3$

B $g(x)=x+3$ D$g(x)=x-3$

Resolução:

Sendo (1;2) e (3;0) os pontos da recta.

Declive:

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m=\frac{0-2}{3-1}=-\frac{2}{2}=-1$

Determinar a ordenada na origem

Sendo: $g(x)=mx+b$, onde m é declive e b é a ordenada na origem.

$y=-1x+b$ e dado o ponto: (1;2)

$2=-1\cdot 1+b \Leftrightarrow b=2+1 \Leftrightarrow b=3$

Substituindo m e b na expressão$g(x)=mx+b$ temos:

$g(x)=-1x+3 \Leftrightarrow g(x)=-x+3$

Opção C

Método de substituição

Ao resolver um sistema de duas equações a duas incógnitas, deve-se escolher e isolar a incógnita (x ou y) numa das equações e substituir na outra equação.

Obtêm-se assim um sistema equivalente ao dado, onde uma das equações passa a ser do primeiro grau com uma só incógnita. De seguida determine o valor da variável e o resultado substitui na equação que se isolou a prior.

Inversa de $f(x)$

Para determinar a inversa de uma função, primeiro temos que garantir que a função é bijectiva, isto é: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, para $\forall x \in Df$.

$f(x_1)=\log_3(x_1-2)$ e

$f(x_2)=\log_3(x_2-2)$

$\log_3(x_1-2) \neq \log_3(x_2-2)$

$(x_1-2) \neq_2 (x_1-2) \Leftrightarrow x_1-2 \neq x_2-2$

$\Leftrightarrow x_1 \neq x_2$ c.q.d

De seguida, trocar o valor de x por y e assim vice-versa.

$y=\log_3(x-2) \Rightarrow x=\log_3(y-2)$

Resolver em ordem a y, ou isolar o y.

$\Leftrightarrow y-2=3^x \Leftrightarrow y=3^x+2$

Função linear

As funções do tipo $y=ax+b$ são funções afins.

$a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (chama-se declive da recta).

b é a ordenada na origem.

34. g(x) < f(x) para x igual à…

A $x \in]-\infty; 1]$ C $x \in [1; +\infty[$

B $x \in]-\infty; 1[$ D $x \in]1; +\infty[$

Resolução:

A função g(x) < f(x) para x igual à $x \in]1; +\infty[$

Opção D

35. a soma g(3) + f(1) é…

A 2 B 4 C 6 D 8

Resolução:

Dada a expressão analítica da função acima $g(x) = -x + 3$.

$g(3) = -3 + 3 = 0$ e pela análise do gráfico $f(1) = 2$, assim sendo:

g(3) + f(1) = 0 + 2 = 2

Opção A

36. Qual é o domínio de existência da expressão $\sqrt{\frac{1}{x}}$?

A IR B IR^+ C IR^- D IR_0^+

Resolução:

$\sqrt{\frac{1}{x}}$ tem como domínio: $D: \frac{1}{x} > 0$ ou $x \in:]0; +\infty[$ ou IR^+

Opção B

37. Considere a função $f: IR \to IR$ definida por:

$f(x) = \begin{cases} x + 3 & se\ x > -1 \\ 4 & se\ x \leq -1 \end{cases}$. Qual é o valor de $\lim_{x \to 1^-} f(x)$?

A 1 B 2 C 3 D 4

Resolução:

Tratando de uma função definida por ramos:

A esquerda de 1 (1^-) está definida a função: $f(x) = 4$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 4$

E a directa de 1 (1^+) está definida a função: $f(x) = x + 3$.

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = x + 3 = 1 + 3 = 4$

De acordo com a pergunta $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 4$ ***Opção D.***

g(x) < f(x)

Indicar o intervalo ou para os quais valores de x, onde a função f(x), se encontra acima da função g(x).

Expressão Algébrica irracional

Dada a expressão: $f(x) = \sqrt[n]{x}$

- Se o índice n for par, então, o domínio é: $D: x \geq 0$
- Se o índice n for impar, então o domínio é: $D: x \in IR$

Limites laterais

Chamam-se limites laterais

$f(x) = \begin{cases} -x, & x < a \\ x, & x \geq a \end{cases}$ se e somente se:

$\begin{cases} \lim_{x \to a^-} f(x) \\ \lim_{x \to a^+} f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \to a^-} (-x) \\ \lim_{x \to a^+} (x) \end{cases}$

38. Qual é a primeira derivada da função $f(x)=\ln\left(\frac{x}{3}\right)$?

A $\frac{4}{x}$ B $\frac{3}{x}$ C $\frac{2}{x}$ D $\frac{1}{x}$

Resolução:

$$f(x)=\ln\left(\frac{x}{3}\right)\Rightarrow f'(x)=\frac{\left(\frac{x}{3}\right)'}{\left(\frac{x}{3}\right)}\Leftrightarrow f'(x)=f'(x)=\frac{\frac{1}{\cancel{3}}}{\left(\frac{x}{\cancel{3}}\right)}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{1}{x}$$

Opção D

39. Considere a função $f(x)=\frac{x-1}{x+2}$, então o valor de $f'(1)$ é…

A $\frac{1}{9}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{3}{4}$

Resolução:

Derivar f.

$$f(x)=\frac{x-1}{x+2}\Rightarrow f'(x)=\frac{(x-1)'\cdot(x+2)-(x-1)\cdot(x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)-(x-1)}{(x+2)^2}\Leftrightarrow f'(x)=\frac{x+2-x+1}{(x+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$$

Determinar $f'(1)$:

$$f'(1)=\frac{3}{(1+2)^2}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

Opção C

40. Seja f(x) = x², derivável em x = 1. Qual é o valor de $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$?

A 4 B 3 C 2 D 1

Resolução:

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\Leftrightarrow\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{1^2-1}{1-1}=\frac{1-1}{0}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Indeterminação

Levantar a Indeterminação

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\Leftrightarrow\lim_{x\to2}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}}==\lim_{x\to1}(x+1)=1+1=2$$ ***Opção C***

Fim

Regras de derivadas

Se:

$y=\ln(ax)$

Então:

$$y'=\ln(ax)'\Leftrightarrow y'=\frac{(ax)'}{ax}\Leftrightarrow y'=\frac{a}{ax}$$

$$\Leftrightarrow y'=\frac{1}{x}$$

Derivada do quociente

$$y=\frac{f}{g}\Rightarrow y'=\frac{f'\cdot g-f\cdot g'}{g^2}$$

Função derivável

O valor da derivada de uma função num ponto x = a, pode ser finito ou infinito. Quando o valor da derivada num ponto é finito, dizemos que a função é derivável nesse ponto.

Para levantar a indeterminação deste tipo: $\left[\frac{0}{0}\right]$

Factoriza-se o polinómio:

x^2-1

Escrevendo na forma:

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Pensador

"Minha energia é o desafio, minha motivação é o impossível, e é por isso que eu preciso ser, à força e a esmo, inabalável."

AUGUSTO BRANCO