UNIVERSIDADE
JOAQUIM CHISSANO
COMISSÃO DE EXAMES DE ADMISSÃO
EXAME DE MATEMÁTICA – 2023

Duração: 120 minutos

LEIA ATENTAMENTE AS SEGUINTES INSTRUÇÕES

1. **A prova é constituída por sessenta (60) questões, todas com quatro (4) alternativas de resposta, estando correcta somente UMA (1) das alternativas.**

2. **Para cada questão assinale a resposta escolhida na FOLHA DE RESPOSTAS que lhe foi fornecida no início do exame. Não será aceite qualquer outra folha adicional.**

3. **Pinte o círculo com a letra correspondente à resposta escolhida. Por exemplo, se as respostas às questões 45 e 46 forem B e C, respectivamente, pinte assim:**

45	A	●	C	D
46	A	B	●	D

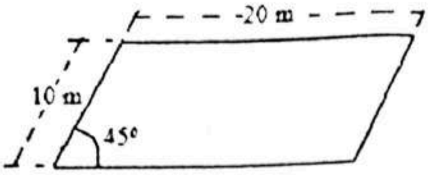
4. **Preencha a lápis HB, pois contrariamente ao preenchimento por esferográfica, os erros podem ser totalmente apagados sem deixar nenhuma marca que possa perturbar a leitura da máquina óptica.**

5. **Se tiver a certeza de que as respostas assinaladas a lápis são as definitivas, PODE passar à esferográfica de tinta azul ou preta.**

BOM TRABALHO

14/12/2023

1.	Racionalizando o denominador da expressão $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$, tem-se: A. $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ B. $\sqrt[3]{4}$ C. $\sqrt[3]{2}$ D. $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$
2.	O valor da expressão $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$ é: A. 10 B. 25 C. $10-2\sqrt{6}$ D. $6-2\sqrt{5}$
3.	São dados os números $x=0{,}00375 \times 10^{-6}$ e $y=22{,}5 \times 10^{-8}$. É correcto afirmar que: A. $y=\frac{6}{100}.x$ B. $x=60.y$ C. $y=60.x$ D. $x=\frac{2}{3}.y$
4.	O sistema de equações logarítmicas $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 3 \\ 2\log_2 x + \log_2 y = 0 \end{cases}$ é equivalente ao sistema: A. $\begin{cases} y=8x \\ x^2y=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=8y \\ xy^2=1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=8y \\ x^2y=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x-y=8 \\ x^2+y=1 \end{cases}$
5.	Um rectângulo possui lados proporcionais a 3 e 4. Sabendo que a sua área é de 1728 cm², o perímetro desse rectângulo é de: A. 168 cm B. 145 cm C. 152 cm D. 128 cm
6.	Dois círculos, C1 e C2, possuem raios com medidas 3x e x+5, em cm, respectivamente. Sabe-se que a razão entre o comprimento de C1 e o comprimento de C2 é igual a 2. Dessa forma, é correcto afirmar que as áreas de C1 e C2 valem em cm², respectivamente: A. 900π e 225π B. 920π e 240π C. 905π e 255π D. 900π e 225π
7.	Um fabricante de cestos ganha três (3) meticais por cada cesto que fabrica sem defeito e perde 5 meticais por cada cesto que fabrica com defeito. Numa semana fabricou 160 cestos e obteve um lucro de 400 meticais. Quantos cestos com defeito foram fabricados? A. 15 B. 13 C. 12 D. 10
8.	Considere o polinómio $P(x)=x^3-2x^2+mx+n$, $(m, n \in \mathbb{R})$. Determine os valores de m e n sabendo que $P(x)$ é divisível por $x+3$ e o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $x-1$ é 28. A. $m=4 \wedge n=33$ B. $m=-4 \wedge n=-33$ C. $m=-4 \wedge n=33$ D. $m=4 \wedge n=-33$

9. 

O piso de uma sala possui a forma de um paralelogram como na figura ao lado. A área desse piso, em metros quadrados, mede (considere $\sqrt{2}=1,41$):

A. 14,1 B. 120 C. 1410 D. 141

10. O domínio de existência da função real $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-7}}$ é o intervalo:

A. $\left]-7;+\infty\right[$ B. $\left[7;+\infty\right[$ C. $\left]1;\dfrac{3}{2}\right]$ D. $\left]-\infty;2\right]\cup\left[7;+\infty\right[$

11. Considerando que a distância entre ponto $P(k,4)$ e a recta r, de equação $6x+8y-80=0$, é igual a 6 unidades, calcule o valor da coordenada k.

A. $k=18 \vee k=2$ B. $k=-18 \vee k=2$ C. $k=-18 \vee k=-2$ D. $k=18 \vee k=-2$

12. Determine o valor de k para que as rectas $r:-\dfrac{1}{3}x+y+1=0$ e $s:y-kx-2=0$ sejam perpendiculares.

A. $k=-3$ B. $k=-\dfrac{1}{3}$ C. $k=\dfrac{1}{3}$ D. $k=3$

13. Qual das expressões é algébica irracional?

A. $\sqrt{x-3}$ B. $\dfrac{\sqrt{2}}{4+x}$ C. $\dfrac{2x-3}{4x}$ D. $x+7$

14. Considere a parábola de equação $y=x^2-4x+m$. Para que a abcissa e a ordenada do vértice dessa parábola sejam iguais, então m deve ser igual a:

A. -14 B. -10 C. 6 D. 2

15. Se $\dfrac{1}{a},\dfrac{1}{b}$ e $\dfrac{1}{c}$ estiverem, nessa ordem, em Progressão Aritmética, então:

A. $b=\dfrac{2ac}{a+c}$ B. $b=\dfrac{2ac}{a-c}$ C. $b=\dfrac{2a}{a+c}$ D. $b=\dfrac{2a}{a-c}$

16. O valor da expressão $\dfrac{1+3+5+\ldots+19}{1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\ldots+\dfrac{1}{512}}$, aproximado às milésimas é:

A. 50,049 B. 50,048 C. 40,049 D. 40,048

17. A equação da recta tangente à curva de $f(x)=\sqrt{x}$ no ponto de abcissa $x_0=9$ é:

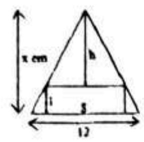
A. $x+6y+9=0$ B. $x-6y+9=0$ C. $x-6y-9=0$ D. $x-6y-9=0$

18. O valor de $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{n}\right)^{\sqrt{n}}$ é igual a:

A. $\sqrt{e^3}$ B. e^3 C. $\sqrt{e^{-3}}$ D. e^{-3}

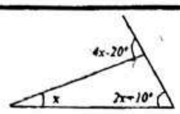
19. Dos 1150 alunos de uma escola, 654 gostam de Português, 564 gostam de Matemática e 176 não gostam de Português nem de Matemática. Sendo assim, o número de alunos que gostam de Português e de Matemática é…

A. 288 B. 266 C. 222 D. 244

20. 

A figura ao lado mostra um rectângulo de base 8 cm e altura 1 cm, inscrito em um triângulo. A base do rectângulo é coincidente à base do triângulo. A altura h mede:

A. 3 cm B. 2 cm C. 4 cm D. 5 cm

21. 

Determine o valor de x.

A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

22. Calcule o valor de k na equação $x^2 - kx + 36 = 0$, de modo que uma das raízes seja o quádruplo da outra.

A. $k = 15 \vee k = -15$ B. $k = 10 \vee k = -15$ C. $k = -15 \vee k = -10$ D. $k = 15 \vee k = 10$

23. Qual é a assíntota horizontal de $f(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{5 - 3x^3}$?

A. $y = \dfrac{4}{5}$ B. $y = -\dfrac{4}{5}$ C. $y = \dfrac{4}{3}$ D. $y = -\dfrac{4}{3}$

24. A assimptota oblíqua da função $f(x) = \dfrac{-3x^2 + 2}{x - 1}$ é a recta:

A. $y = 3x - 3$ B. $y = -3x + 3$ C. $y = -3x - 3$ D. $y = 3x + 3$

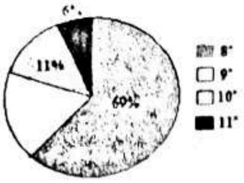
25. Sabendo que a é um número real, considere a função $f(x) = ax + 2$, definida para todo o número real x. Se $f(f(1))$, então:

A. $a = 1$ B. $a = -1$ C. $a = \dfrac{1}{2}$ D. $a = -\dfrac{1}{2}$

26. Determine $a, b, c, d \in IR$ de modo que as rectas tangentes de $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sejam $y = 14x - 13$ no ponto $(1,1)$ e $y = -2x - 5$ no ponto $(-1, -3)$.

A. $a = 2, b = 4, c = 0, d = -5$ C. $a = -2, b = 4, c = 0, d = -5$

B. $a = 2, b = 4, c = 0, d = 5$ D. $a = 2, b = 4, c = 1, d = -5$

	 O diagrama circular em baixo representa as percentagens de diferentes classes de uma escola privada. Sabendo-se que na escola há 10 alunos da 11ª classe, responda às perguntas 27, 28 e 29. N:B Arredonde o número de alunos a números inteiros.
27.	Quantos alunos tem a escola? A. 150 B. 156 C. 160 D. 167
28.	Quantos alunos tem a 8ª classe? A. 114 B. 115 C. 116 D. 117
29.	Determine o número de alunos da 9ª classe. A. 22 B. 23 C. 24 D. 25
30.	Dada a matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \\ x & y & 1 \end{pmatrix}$, sabemos que o determinante dela igualado a zero nos dá a equação da recta que passa pelos pontos (2,3) (4,6). Então essa equação será: A. $3x+2y=0$ B. $x-3y=0$ C. $-3x+2y=0$ D. $-2x+y=0$
	Num grupo de 500 estudantes, 80 estudam Engenharia, 150 estudam Economia e 10 estudam Engenharia e Economia. Com base neste dados, responda às perguntas 31 e 32.
31.	Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que ele estude Engenharia ou Economia? A. 44% B. 45% C. 46% D. 50%
32.	Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que ele não estude Engenharia nem Economia? A. 51% B. 52% C. 54% D. 56%
33.	O número de soluções negativas da equação $\|5x-6\|=x^2$ é: A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
34.	Considerando as funções $f(x)=3x-2$ e $g(x)=-2x+1$, o valor de k, tal que $f(g(k))^{-1}=1$, é: A. 2 B. 3 C. -1 D. -5
35.	O apótema de um quadrado inscrito numa circunferência de raio $7\sqrt{2}$ cm mede: A. 7 cm B. 5 cm C. 4 cm D. 6 cm
36.	O apótema de um hexágono regular inscrito numa circunferência mede 15cm. Quanto mede o lado do hexágono? A. $5\sqrt{3}$ cm B. $5\sqrt{2}$ cm C. $10\sqrt{3}$ cm D. $10\sqrt{2}$ cm

37. O ponto P(3, b) pertence à circunferência de centro no ponto C(0, 3) e raio 5. Calcule valor da coordenada b.

A. $b = 7 \vee b = 1$ B. $b = -7 \vee b = 1$ C. $b = 7 \vee b = -1$ D. $b = -7 \vee b = -1$

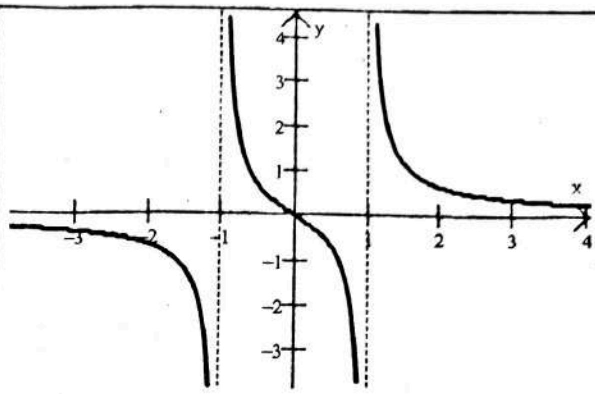
38. Os pontos de inflexão do gráfico da função $f(x) = \frac{2}{3}\left(x^3 - 4x^4\right)$ são:

A. $x = 0 \vee x = 1$ B $x = 0 \vee x = \frac{1}{4}$ C. $x = 0 \vee x = -\frac{1}{8}$ D. $x = 0 \vee x = \frac{1}{8}$

Na figura encontra-se parte do gráfico, duma função $f(x)$.

(Relativamente a esta figura responda as perguntas 39 - 42)

Por leitura do gráfico, identifique:



39. Df:

A. $\left]-\infty,+\infty\right[$ B. $IR\setminus\{1\}$ C. $IR\setminus\{-1,1\}$ D. $IR\setminus\{-1\}$

40. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$ B. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 0$ C. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ D. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 1$

41. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ B. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1$ C. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1$ D. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

42. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ B. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -1$ C. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ D. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$

43. Num plano existem 10 pontos, não havendo três colineares. Quantos quadriláteros se podem formar com estes pontos?

A. 5040 B. 210 C. 230 D. 5030

44. Calcule $sen\,2a$ sabendo que $sen\,a - \cos a = \frac{2}{5}$.

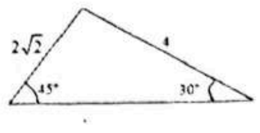
A. $sen2a = \frac{4}{5}$ B. $sen2a = -\frac{21}{25}$ C. $sen2a = -\frac{4}{5}$ D. $sen2a = \frac{21}{25}$

45. Sabendo que a e b são arcos do quarto e do terceiro quadrante, respectivamente, e que

$\cos a = \frac{3}{5}$ e $sen\,b = -\frac{3}{5}$, o valor de $tg(a+b)$ é:

A. $-\frac{7}{24}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $-\frac{3}{4}$

46.



A área do triângulo ao lado é aproximadamente igual a:

A. 5,60 B. 5,46 C. 6,40 D. 6,56

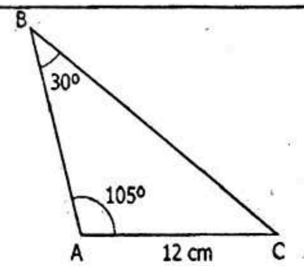
47.

Seja $f(x) = \begin{cases} 2x-2, & se\ x < -1 \\ Ax+B, & se\ x \in [-1;1] \\ 5x+7, & se\ x > 1 \end{cases}$

Determine os valores de A e B tais que $f(x)$ seja uma função contínua em IR.

A. $\begin{cases} A = 0 \\ B = -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} A = 3 \\ B = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} A = 4 \\ B = 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} A = 8 \\ B = 4 \end{cases}$

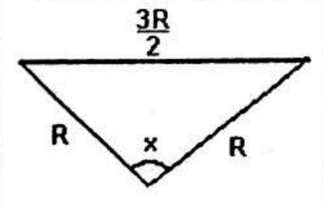
48.



Três ilhas A, B e C aparecem num mapa em escala 1:10000, como na figura. Das alternativas, a que melhor aproxima a distância entre as ilhas A e B é:

A. 1,4 km B. 2,3 km C. 1,7 km D. 2,1 km

49.



Calcule o valor de $\cos x$ no triângulo da figura.

A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{8}$

50.

Simplifica, a expressão $\frac{sen^3 x - \cos^3 x}{sen\,x - \cos x}$ é equivalente a:

A. $1 + senx\cos x$ B. $sen^2 x - \cos^2 x$ C. 1 D. $(senx + \cos x)^2$

51.

Se a e b são números reais não nulos, tais que $a^2 + b^2 = 28ab$, então, adoptando-se $\log 3 = \frac{12}{25}$, o valor de $\log\frac{(a+b)^2}{ab}$ é:

A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{25}{13}$ C. $\frac{17}{5}$ D. $\frac{37}{25}$

52.

A soma das raízes das equações $\log_5(4x-3) + \log_5(4x-7) = 1$ e $7^{x+1} - 7^x = 294$ vale:

A. 4 B. 5 C. 6 D. 4.5

53.	Dois números positivos A e B são tais que $\log(A \cdot B) = 5$ e $\log\left(\frac{A}{B}\right) = 1$. Então: A. 4 B. 1000 C. $A = B$ D. 100
54.	Determine o termo médio do desenvolvimento de $(3x + y)^6$. A. $450x^3y^3$ B. $540x^3y^3$ C. $540x^2y^3$ D. $450x^3y^2$
55.	Considere o binômio $(x + y)^m$, com $m > 0$. Determine m para que no desenvolvimento do binómio, o coeficiente do 3º termo seja 15. A. $m = -6$ B. $m = 5$ C. $m = 6$ D. $m = 4$
56.	Considere a afirmação: "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei." A negação dessa afirmação é: A. Hoje não é sábado e amanhã trabalharei. B. Hoje é sábado e amanhã trabalharei. C. Hoje não é sábado ou amanhã trabalharei. D. Se hoje não é sábado, amanhã trabalharei.
57.	A equação $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ é equivalente a: A. $x^2 + 6x + 5 = 0$ B. $-x^2 - 6x + 5 = 0$ C. $x^2 - 6x + 5 = 0$ D. $x^2 + 6x - 5 = 0$
58.	Calcule a derivada da seguinte função $y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$. A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})^2}$ B. $y' = \frac{2}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})^2}$ C. $y' = \frac{\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})^2}$ D. $y' = \frac{-\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})^2}$
59.	Uma das funções $f(x)$ cuja derivada é igual a $\frac{1}{x^4}$ é: A. $f(x) = -\frac{1}{x^3}$ B. $f(x) = -\frac{1}{4x^3}$ C. $f(x) = -\frac{x^3}{3}$ D. $f(x) = -\frac{1}{3x^3}$
60.	Resolva a seguinte inequação $\lvert 2x + 4 \rvert \geq 2$ A. $x \in \left]-\infty; -3\right] \cup \left]-1; +\infty\right[$ C. $x \in \left]-\infty; -3\right] \cup \left[-1; +\infty\right[$ B. $x \in [-3; -1]$ D. $\left]-3; -1\right[$