1. Assinale com V verdadeiras ou F falsas as afirmações que se seguem :

   (a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$
   Resposta: V

   Explicação: A expressão $\sqrt[5]{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$ pode ser reescrita como $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$ usando a propriedade das potências $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$. Assim, as duas expressões são iguais.

   (b) $\{1;4\} = [1;4]$
   Resposta: F

   Explicação: A notação $\{1;4\}$ indica um conjunto que contém apenas os elementos 1 e 4, enquanto $[1;4]$ é um intervalo que inclui todos os números reais entre 1 e 4, incluindo os extremos. Portanto, as duas representações não são equivalentes.

   (c) $-2^2 = (-2)^2$
   Resposta: F

   Explicação: A notação $\{1;4\}$ indica um conjunto que contém apenas os elementos 1 e 4, enquanto $[1;4]$ é um intervalo que inclui todos os números reais entre 1 e 4, incluindo os extremos. Portanto, as duas representações não são equivalentes.

   (d) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
   Resposta: V

   Explicação: Para verificar a igualdade, podemos multiplicar ambos os lados da equação por $\sqrt{5}$:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{5} = \frac{5}{5} = 1$$

2. Determine o valor numérico das seguintes expressões :

   (a) $\log 400 - \log 4 + \sqrt{0,04}$
   Usando a propriedade dos logaritmos $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$:

$$\log 400 - \log 4 = \log\left(\frac{400}{4}\right) = \log 100$$

Sabemos que $\log 100 = 2$ porque $100 = 10^2$
Agora, calculemos $\sqrt{0{,}04}$

$$\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$$

(b) Somando os resultados:

$$2 + 0{,}2 = 2{,}2$$

$$\left[\left(\frac{1}{2} - 3\right)^2\right] \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-8}$$

Simplificar o termo $\left(\frac{1}{2} - 3\right)$
Primeiro subtraímos 3 de $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{2} - \frac{6}{2} = \frac{-5}{2}$$

Agora elevamos $\frac{-5}{2}$ ao quadrado

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{(-5)^2}{2^2} = \frac{(5)^2}{2^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

Usando a propriedade do expoente negativo $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-8} = \left(\frac{5}{2}\right)^8$$

Agora dividimos $\left(\frac{5}{4}\right)^2$ por $\left(\frac{5}{2}\right)^8$.

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 \div \left(\frac{5}{2}\right)^8$$

Usando a propriedade de divisão de potências com mesma base:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad a \neq 0$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 \div \frac{5}{2}^8 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-8} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-6}$$

Aplicando de novo a propriedade do expoente negativo teremos que

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

$$\boxed{\left(\frac{2}{5}\right)^6}$$

3. Considere a equação $4x^2 + kx + 1 = 0$. Determine o valor de k de modo que :

(a) a equação não tenha raízes reais.
A equação quadrática geral é da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

No caso da equação $4x^2 + kx + 1 = 0$, temos:

- $a = 4$,
- $b = k$,
- $c = 1$.

Para que a equação não tenha raízes reais, o gráfico da função quadrática (parábola) não deve interceptar o eixo x. Isso acontece quando o discriminante da equação é negativo ou seja $\Delta < 0$. O discriminante de uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ é dado por:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

No nosso caso:

$$\Delta = k^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = k^2 - 16$$

Para que não haja raízes reais, o discriminante deve ser menor que zero:

$$k^2 - 16 < 0$$

Resolvendo essa inequação:

$$k^2 < 16$$

$$-4 < k < 4$$

Para que a equação $4x^2 + kx + 1 = 0$ não tenha raízes reais, o valor de k deve estar no intervalo:

$$\boxed{-4 < k < 4}$$

(b) uma das raízes seja igual a 3.

Resposta: $k = -\frac{37}{3}$

Explicação: Para que uma das raízes da equação seja 3, podemos substituir $x = 3$ na equação:

$$4(3)^2 + k(3) + 1 = 0$$

$$4 \cdot 9 + 3k + 1 = 0$$

$$36 + 3k + 1 = 0$$

$$3k + 37 = 0$$

$$3k = -37$$

$$k = -\frac{37}{3}$$

Assim, o valor de k para que uma das raízes seja igual a 3 é:

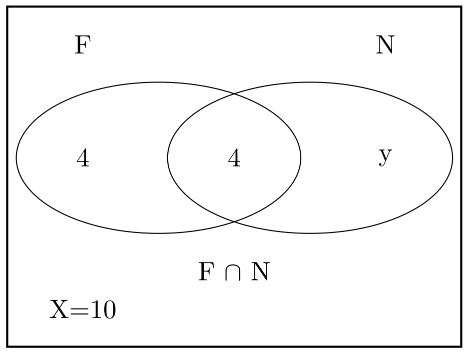
$$\boxed{k = -\frac{37}{3}}$$

4. **30** jovens foram inqueridos em relação a prática de futebol e de natação, dos quais **8** afirmaram que praticam futebol, **10** não praticam nem futebol nem natação, **4** praticam ambas modalidades e alguns praticam apenas natação.

   (a) Represente os dados no diagrama de $Veen$.
   Dados :
   - U = 30 (Alunos inqueridos)
   - F = 8 (Alunos que praticam futebol)
   - X = 10 (Alunos que não praticam nenhuma modalidade)
   - F ∩ N = 4 (Alunos que praticam ambas modalidades)

- N = y

Representando os dados no diagrama de $Veen$.



(b) Determine o número total de jovens que praticam apenas natação.
Resposta : y = 12 Explicação : O número total de inqueridos pode ser dado pela expressão.

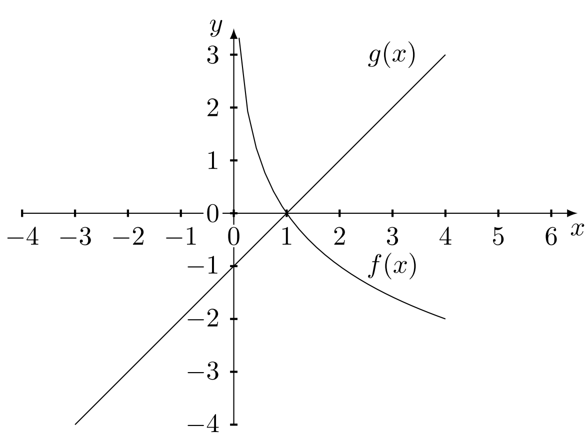
$$U = F + N + F \cap N + X$$

Substituindo os valores

$$30 = 4 + y + 4 + 10$$
$$30 = 18 + y$$
$$y = 30 - 18$$
$$\boxed{y = 12}$$

Sendo que y número de jovens que praticam apenas natação.

5. Observe a figura



(a) Qual é o domínio da funcão $f(x)$.
Resposta : x $\in \,]0; +\infty]$
Explicação : O domínio de uma função é o conjunto de todos os valores de "x"que a função pode assumir, nesse caso : x $\in \,]0; +\infty]$

Resolva graficamente

(b) $f(x) > 0$ **Resposta : x** $\in \,]0; 1]$
Explicação : $f(x) > 0$ significa que para os valores de x a função f(x) é positiva.

(c) $f(x) = g(x)$.
Resposta : x=1
$f(x) = g(x)$ significa quais para os valores de x as funções $f(x)$ e $g(x)$ são iguais.

(d) $f(x) \leq g(x)$ **Resposta : x** $\in [0; 1]$ $f(x) \leq g(x)$ significa quais para os valores de x as funções f(x) é menor ou igual à g(x)

(e) Determine a expressão analítica de $g(x)$
Resposta : y=x-1
Explicação : A função $g(x)$ é uma função do primeiro grau(recta) com expressão $f(x) = y = mx + b$ Onde m dado por $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ é o declíve da recta e b coeficiente linear ou mesmo ordenada na origem(valor que gráfico interceta o eixo das ordenadas) que no caso é -1.
Tomando os pontos $(1, 0)e(0, -1)$ podemos achar o declíve

$$m = \frac{-1 - 0}{0 - 1}$$

$$m = \frac{-1}{-1}$$

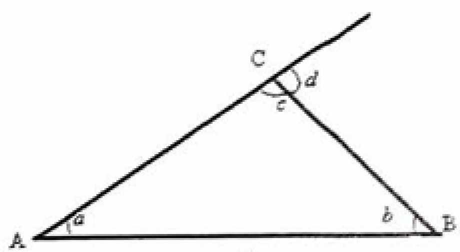
$$m = 1$$

Substituindo na expressão $y = mx + b$ o valor do declíve assim como o coeficiente linear teremos :

$$y = 1x + (-1)$$

$$\boxed{y = x - 1}$$

6. Observe a figura



Sabendo que as amplitudes dos ângulos b e d são respectivamente 50 e 95, determine a amplitude do ângulo ***a***
Resposta : $\hat{a} = 45°$.
Explicação : Para resolver o problema iremos utilizar as propriedades dos ângulos em um triângulo e os ângulos externos.

Dados

- $\hat{b} = 50°$
- $\hat{d} = 95°$ (ângulo externo)

Propriedade do ângulo externo

Um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes a ele

$$\hat{d} = \hat{a} + \hat{b}$$

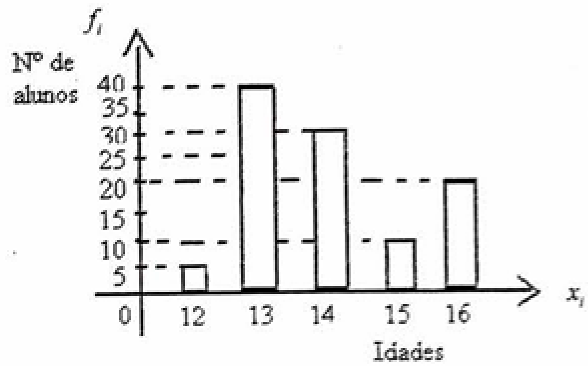
Substituindo os valores que temos:

$$95° = \hat{a} + 50°$$

$$\hat{a} = 95° - 50°$$

$$\boxed{\hat{a} = 45°}$$

7. O gráfico mostra a distribuição das idades por ano, de alunos de uma certa escola.



(a) Determine a média aritmética das idades.
Resposta : $\bar{x} = 14$

Explicação : A média aritmética é dada pela formúla :

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + x_3 \cdot n_3 + \cdots + x_i \cdot n_i}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_i}$$

Substituindo os valores temos :

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{12 + 12 + \cdots + 12}^{5\ vezes} + \overbrace{13 + 13 + \cdots + 13}^{40\ vezes} + \overbrace{14 + 14 + \cdots + 14}^{30\ vezes} + \overbrace{15 + 15 + \cdots + 15}^{10\ vezes} + \overbrace{16 + 16 + \cdots + 16}^{20\ vezes}}{5 + 40 + 30 + 10 + 20}$$

$$\bar{x} = \frac{12 \cdot 5 + 13 \cdot 40 + 14 \cdot 30 + 15 \cdot 10 + 16 \cdot 20}{105}$$

$$\bar{x} = \frac{60 + 520 + 420 + 150 + 320}{105}$$

$$\bar{x} = \frac{1470}{105}$$

$$\boxed{\bar{x} = 14}$$

(b) Qual é a moda das idades?
Resposta : Moda é 13 anos

Explicação : A moda de um conjunto de valores corresponde ao valor que ocorre mais vezes ou ainda o valor que aparece mais ou mesmo o mais repetido (tem maior frequencia absoluta f_i), nesse caso há 40 alunos de 13 anos que é a maior ocorrência.