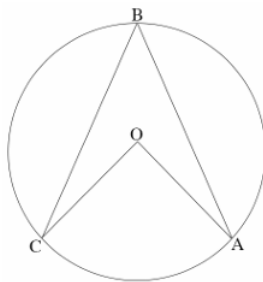




## Guião de correcção do exame de Matemática 10ª classe 2016–Primeira Época

1. Observe a figura onde O é o centro da circunferência e assinale com (V) verdadeiras e (F) falsas as afirmações que se seguem:



- (a) O Ângulo ABC é um ângulo ao centro.

**Resposta:** Falso (F)

**Explicação:** O ângulo ao centro é o ângulo formado no centro da circunferência por duas linhas que partem do centro e encontram a circunferência.

- (b) A distância OA chama-se raio da circunferência.

**Resposta:** Verdade (V)

**Explicação:** O raio é a distância entre o centro e qualquer ponto da circunferência.

- (c) A distância BC chama-se diâmetro da circunferência.

**Resposta:** Falso (F)

**Explicação:** O diâmetro é a distância entre dois pontos opostos na circunferência, passando pelo centro da circunferência.

- (d)  $\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2}$

**Resposta:** Verdade (V)

**Explicação:** Propriedade do ângulo inscrito, que diz: O ângulo inscrito é metade do ângulo ao centro que subtende o mesmo arco na circunferência.

2. Numa caixa contendo uma certa quantidade de laranjas foram tiradas 20 e sobrou um terço da quantidade inicial. Determine a quantidade inicial de laranjas.

**Resposta:** Haviam 30 laranjas.

**Explicação**

i. Definição da variável Seja  $x$  a quantidade inicial de laranjas na caixa.

ii. Informação do problema

- Foram retiradas 20 laranjas.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

- Sobrou  $\frac{1}{3}$  da quantidade inicial de laranjas.

Após retirar 20 laranjas, a quantidade que restou é:

$$x - 20$$

Segundo o enunciado, isso equivale a  $\frac{1}{3}$  da quantidade inicial:

$$x - 20 = \frac{1}{3}x$$

iii. resolvendo a equação

$$x - 20 = \frac{1}{3}x$$

$$x - \frac{x}{3} = 20$$

$$\frac{3x - x}{3} = 20$$

$$\frac{2x}{3} = 20$$

$$x = 20 \cdot \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{60}{2}$$

$$x = 30$$

Então, haviam 30 laranjas no início.

3. Considere os Polinômios  $P(x) = 5x^2 - x + 1$  e  $Q(x) = 3x^2 - x$ . Calcule  $P(x) \cdot Q(x)$ .

**Resposta :**  $P(x) \cdot Q(x) = 15x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x$

**Explicação :** Produto de polinômios

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (5x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 - x) \\ &= 15x^4 - 5x^3 - 3x^3 + x^2 + 3x^2 - x \\ &= 15x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x \end{aligned}$$

$$P(x) \cdot Q(x) = 15x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x$$

4. A figura abaixo representa um paralelogramo.



Determine as medidas dos ângulos B, C e D.

**Resposta:**  $\hat{B} = 62^\circ$ ,  $\hat{C} = \hat{D} = 118^\circ$

Num paralelogramo os ângulos da base são congruentes, isto é, o ângulo B e o ângulo A têm a mesma amplitude logo  $\hat{B} = \hat{A} = 62^\circ$  (pela imagem) e os ângulos C e D também são congruentes  $\hat{C} = \hat{D}$ .

Sabendo que o paralelogramo é um quadrilátero (polígono com quatro lados) a soma dos ângulos internos é igual a  $360^\circ$ , assim :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

Mas como já vimos anteriormente que  $\hat{B} = \hat{A}$  e  $\hat{C} = \hat{D}$  podemos reencravar a equação:

$$\hat{A} + \hat{A} + \hat{C} + \hat{C} = 360^\circ$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$2 \cdot \hat{A} + 2 \cdot \hat{C} = 360^\circ$$

Mas também sabemos que  $\hat{A} = 62$ , podemos substituir na equação.

$$2 \cdot 62 + 2 \cdot \hat{C} = 360^\circ$$

$$124^\circ + 2 \cdot \hat{C} = 360^\circ$$

$$2\hat{C} = 360^\circ - 124^\circ$$

$$2\hat{C} = 236^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{236^\circ}{2}$$

$$\hat{C} = 118^\circ$$

Como  $\hat{C} = \hat{D}$ , então  $\hat{D} = 118^\circ$

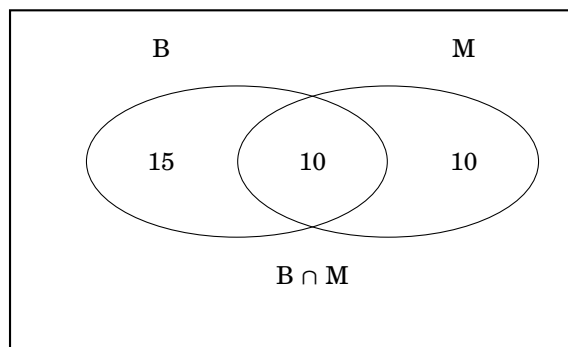
5. Numa festa havia manga e banana. 25 pessoas comeram banana, 20 manga e 10 banana e manga. Sabe-se que cada participante comeu pelo menos um tipo de fruta.

(a) Represente os dados num diagrama de Venn.

Dados :

- i.  $U = ?$  (Total de Alunos)
- ii.  $B = 25$  (Alunos que preferem física)
- iii.  $M = 20$  (Alunos que preferem matemática)
- iv.  $B \cap M = 10$  (Alunos que preferem ambas disciplinas)

Representando os dados no diagrama de Venn.



(b) Quantas pessoas participaram na festa?

**Resposta :  $U = 35$**

**Explicação :** Para determinar número total de alunos fazemos a soma de todos, e essa soma é chamada de Universo e nesse caso em particular pode ser dado pela expressão :

$$U = B + M + B \cap M$$

$$U = 15 + 10 + 10$$

$$U = 35$$

6. Resolva:

(a)  $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0; x \in 1^\circ \text{ quadrante}$

**Resposta:**  $x = 45^\circ$  ou  $x = \frac{\pi}{4}$  radianos

Vamos resolver a equação  $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$  no  $1^\circ$  quadrante, ou seja, para  $x \in (0^\circ, 90^\circ)$ .

$$\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

Sabemos que no círculo trigonométrico:

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 45^\circ \quad (\text{ou } \frac{\pi}{4} \text{ radianos}).$$

No 1º quadrante,  $x \in (0^\circ, 90^\circ)$ , e  $x = 45^\circ$  está dentro do intervalo.

A solução da equação  $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$  no 1º quadrante é:

$$x = 45^\circ \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{4} \text{ radianos}$$

(b)  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

Para resolver a equação  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$  que no caso é biquadrática, podemos usar a substituição  $y = x^2$ . Isso transforma a equação em uma forma quadrática:

$$y^2 - 2y - 3 = 0.$$

i. Resolver a equação quadrática

A equação  $y^2 - 2y - 4 = 0$  pode ser resolvida utilizando soma e produto:

$$y^2 - 2y - 3 = (y + 1)(y - 3) = 0$$

As raízes são:

$$y = -1 \quad \vee \quad y = 3$$

ii. Voltar para  $x$  Lembre-se de que  $y = x^2$ . Assim:

- Para  $y = -1$ :

$$x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1}$$

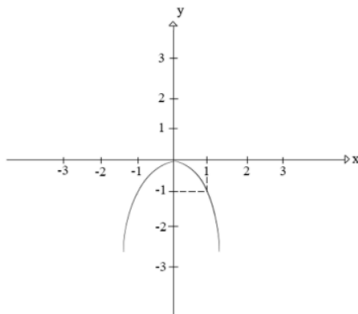
Não tem solução para os Reais.

- Para  $y = 3$ :

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{Sol: } \{ \pm\sqrt{3} \}$$

7. Observe a figura



(a) Qual é o contradomínio da função?

**Resposta:**  $y \in ]-\infty; 0[$

**Explicação:** O contradomínio é o conjunto de valores que  $f(x)$  ou seja a função pode assumir (o eixo  $y$ ).

(b) Quais são os intervalos da variação da função?

**Resposta:** Crescente :  $x \in ]-\infty; 0[$ ; Decrescente :  $x \in ]0; +\infty[$

**Explicação:** A variação descreve onde a função é crescente ou decrescente.

(c) Determine a expressão analítica da função

**Resposta:**  $y = -x^2$

**Explicação:** Temos aqui o gráfico de uma função quadrática. A parábola tem o vértice no ponto  $(0, 0)$  e passa pelo ponto  $(1, -1)$

i. Forma geral da equação

Como o vértice está na origem, a equação geral da parábola é:

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$y = ax^2$$

onde  $a$  é o coeficiente que determina a abertura e o sentido da parábola.

ii. Substituir o ponto visível

Sabemos que a parábola passa pelo ponto  $(1, -1)$ . Substituímos  $x = 1$  e  $y = -1$  na equação  $y = ax^2$ :

$$-1 = a(1)^2$$

$$-1 = a \cdot 1$$

$$a = -1$$

iii. Substituir o valor de  $a$

Agora que encontramos  $a = -1$ , substituímos na equação geral:

$$y = -x^2$$

8. Uma certa empresa embala os seus produtos em caixas. Dez caixas de um lote tiveram o número de produtos contados. As quantidades obtidas foram: 88, 92, 90, 90, 89, 87, 86, 85, 89, 90. Determine:

(a) A moda.

**Resposta : Moda é 90.**

**Explicação :** A moda de um conjunto de valores corresponde ao valor que ocorre mais vezes ou ainda o valor que aparece mais ou mesmo o mais repetido, nesse caso o valor que aparecem mais é **90**.

(b) A mediana.

**Resposta:** Mediana é 89.

**Explicação:** A mediana é uma medida de tendência central utilizada em estatísticas para representar o valor que está no meio de um conjunto de dados, de forma que 50% dos valores estão abaixo dela e 50% estão acima.

Fazendo o rol(organizando) : 85,86,87,88, 89,89,90,90,90,92

$$\text{Mediana} = \frac{89 + 89}{2} = 89$$

(c) O total de produtos das dez caixas.

$$T_p = 85 + 86 + 87 + 88 + 89 + 89 + 90 + 90 + 90 + 92 = 886$$

(d) A media aritmética.

**Resposta :  $\bar{x} = 88,6$**

**Explicação :** A média é uma medida de tendência central que calcula o valor médio de um conjunto de dados.

A média aritmética é dada pela formula :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Substituindo os valores temos :

$$\bar{x} = \frac{85 + 86 + 87 + 88 + 89 + 89 + 90 + 90 + 90 + 92}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{886}{10} = 88,6$$