



Guião de correcção do exame de Matemática UP 2023

1. R: **B** porque é possível julgar em **V** ou **F**.
2. $M = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 6\}$ e $N = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$

Então $M \setminus N = [3; 6]$

R: **B**

3. $\sim p \wedge q = F \wedge F = F$

R: **D**

4. R: **C**

5. Seja: $P_1(0,0)$ e $P_2(1,2)$, calculemos o coeficiente angular da recta crescente e chamaremos por m .

$m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$, as duas rectas são perpendiculares então: $m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{2}$, note que o

triângulo é formado pela recta decrescente e pelos eixos coordenados, então vamos calcular o valor de b que nos fornecerá a altura do triângulo e o zero da função que nos dará a base (da origem até ao zero da função).

$y = -\frac{1}{2}x + b$ substituindo pelo ponto $P_2(1,2)$ teremos:

$$2 = -\frac{1}{2} + b \rightarrow \begin{aligned} \frac{4}{2} &= -\frac{1}{2} + b \\ b &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Base($B = 5$)

altura($h = \frac{5}{2}$)

$$A = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot \frac{5}{2}}{2} = \frac{25}{4}$$

6. Note que a função linear passa pela origem então $y = mx$ onde $m = \operatorname{tag} \alpha = \operatorname{tag} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, note também que a equação d circunferência $x^2 + y^2 = 2^2$ tem como raio 2, então $x_p = r + 1 = 2 + 1 = 3$

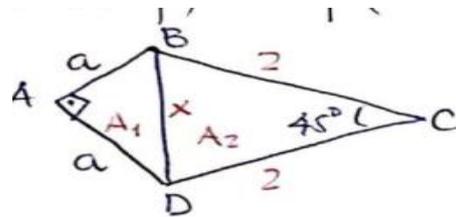
$$y_p = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3 = \sqrt{3} \text{ logo o ponto P será da forma: } P(x_p; y_p) = P(3; \sqrt{3}).$$

7.

Usando teorema dos cossenos temos:

$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cos 45^\circ$$

$$x^2 = 8 - 8 \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 - 4\sqrt{2}$$



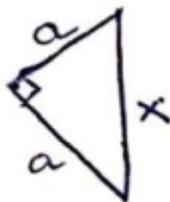
Usando teorema de Pitágoras teremos:

$$a^2 + a^2 = x^2$$

$$2a^2 = 8 - 4\sqrt{2}$$

$$2a^2 = 2(4 - 2\sqrt{2})$$

$$a^2 = 4 - 2\sqrt{2}$$



$$a = \frac{a^2 \operatorname{sen} 90^\circ}{2} = \frac{(4 - 2\sqrt{2}) \cdot 1}{2} = \frac{2(2 - \sqrt{2}) \cdot 1}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

$$A_2 = \frac{2^2 \operatorname{sen} 45^\circ}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$$

Seja: AT-área total

$$AT = A_1 + A_2 = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \text{ cm}^2$$

8, $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ Pela propriedade complementar de dois conjuntos

$$-2x \geq -4 / (-1)$$

$$2x \leq 4$$

36.

$$x \leq \frac{4}{2}$$

$$x \leq 2$$

$$Df : x \in]-\infty, 2]$$

9. $\sqrt{4-2x}$ Condição: $4-2x \geq 0$

$$-2x \geq -4 / (-1)$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{2}$$

$$x \leq 2$$

$$Df : x \in]-\infty, 2]$$

R: A

$$10. \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - 2x} = \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x(x-2)} = \frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)} = x-3$$

R: D

11.

$$S =]0; 1]$$

R: B

x	$] -\infty; 0[$	0	$] 0; 1[$	1	$] 1; +\infty[$
$x-1$	-		-	0	+
x	-	0	+		+
S	+	///	///		+

12.

$$\cos x = -\operatorname{sen} x$$

$$x = (2\pi - \frac{\pi}{4}) + 2K\pi = \frac{8\pi - \pi}{4} + 2K\pi = \frac{7\pi}{4} + 2K\pi$$

R: C

13.

$$|2-x| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2-x = \frac{3}{2} \vee 2-x = -\frac{3}{2}$$

$$-x = \frac{3}{2} - 2 \vee -x = -\frac{3}{2} - 2$$

$$-x = \frac{3-4}{2} \vee -x = \frac{-3-4}{2}$$

$$-x = \frac{-1}{2} \vee -x = \frac{-7}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{7}{2}$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

R: D

14.

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 28$$

$$2^x + 2^x \cdot 2 + 2^x \cdot 4 = 28$$

$$2^x(1+2+4) = 28$$

$$2^x \cdot 7 = 28$$

$$2^x = \frac{28}{7}$$

$$2^x = 4$$

$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

R: C

15.

$$\frac{n! - (n-1)!}{n!} = \frac{n(n-1)! - (n-1)!}{n(n-1)!}$$

$$\frac{(n-1)!(n-1)}{n \cdot (n-1)!} = \frac{n-1}{n}$$

R: A

$$16. A_3^4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$$

R: C

$$17. \{5, 10, 15, 20, 25, 30\} \text{ então } P = \frac{6}{30} = \frac{6:6}{30:6} = \frac{1}{5}$$

18.

$$\text{sen}30^\circ = \frac{h}{2000}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{2000}$$

$$h = \frac{2000}{2}$$

$$h = 1000m$$

R: D

$$19. f(g(-1)) - g(f(1)), g(-1) = -1, f(1) = 0$$

$$f(-1) - g(0) = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

R: D

$$20. S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{3-1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{9 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2}$$

R: C

$$21. \gamma = 2\alpha - \beta \text{ e } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + 2\alpha - \beta = 180^\circ$$

$$3\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = \frac{180^\circ}{3}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Então a PA é $(\gamma; 60^\circ; \beta)$

Note que 60° é o termo médio da PA então a diferença com o primeiro termo deve ser igual a sua metade

$$60^\circ - \gamma = 30^\circ$$

$$-\gamma = 30^\circ - 60^\circ$$

$$-\gamma = -30^\circ$$

$$\gamma = 30^\circ$$

R: A

22.

$$(x; x+9; x+45)$$

$$\frac{x+9}{x} = \frac{x+45}{x+9}$$

$$(x+9)^2 = x^2 + 45x$$

$$x^2 + 18x + 81 = x^2 + 45x$$

$$18x - 45x = -81$$

$$-27x = -81 / (-1)$$

$$27x = 81$$

$$x = \frac{81}{27}$$

$$x = 3$$

R: D

23.

$$f(x) = 2 - 3x$$

$$g(x) = \frac{2x-1}{x-2}$$

$$f(1) = 2 - 3 \cdot 1 = 2 - 3 = -1$$

$$g(-1) = \frac{2 \cdot (-1) - 1}{-1 - 2} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$h(x) = (g \circ f)(1) = g[f(1)]$$

$$h(x) = g(-1) = 1$$

R: A

24.

$$f(x) = \log_2^{(x-1)+3}$$

$$y = \log_2^{(x-1)+3}$$

$$x = \log_2^{(y-1)+3}$$

$$\forall x - 3 = \log_2^{(y-1)}$$

$$y - 1 = 2^{x-3}$$

$$y = 2^{x-3} + 1$$

$$f^{-1} = 2^{x-3} + 1$$

R: B

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

25.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^4 \cdot (2-x)}{(x-1)^2 \cdot x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x)^4 \cdot (-x)}{x^2 \cdot x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-16x^5}{x^5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -16$$

$$= -16$$

R: C

27.

$$y = 2 - (1-k)x \text{ e}$$

$$y = x^3 - 1$$

$$y' = 3x^2$$

$$m = y' = f'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3$$

$$-(1-k) = 3$$

$$-1+k = 3$$

$$k = 3+1$$

$$k = 4$$

R: D

28.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} 1 - kx = \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 + 1$$

$$1 - 2k = 2^2 + 1$$

$$1 - 2k = 5$$

$$-2k = 5 - 1$$

$$-2k = 4$$

$$k = -\frac{4}{2}$$

$$k = -2$$

29.

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+5x+6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -1$$

Portanto é descontínua eliminável em $x = -3$

R: C

30. $f'(x) < 0$ quando $f(x)$ é decrescente então: $] -1; 1[$

R: C

31.

$$AH : y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1-x^2} = -1$$

R: D

$$f(x) = 3^{\sqrt{2x-1}}$$

32. $f'(x) = (\sqrt{2x-1})' \cdot 3^{\sqrt{2x-1}} \ln 3$

$$f'(x) = \frac{3^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}} \cdot \ln 3$$

R: D

33.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0$$

$$6x = 6$$

$$x = \frac{6}{6}$$

$$x = 1$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 1$$

$$f(1) = 1 - 3 + 2 - 1 = -1$$

$$PI(1; -1)$$

R: A

34.

$$y_v = -\frac{\Delta}{4.a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4.a}$$

$$y_v = \frac{-(80^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 100)}{4 \cdot (-1)}$$

$$y_v = \frac{-6800}{-4} = 1700$$

R: C