MATEMÁTICA 1-UEM(2023)

1. Simplificando a expressão $\dfrac{2(a^2-1)+(a+1)}{(a+1)-2(a+1)^2}$ tem-se:

   A. -1 **B.** $\dfrac{2a-1}{2a-3}$ **C.** $\dfrac{2a-1}{1+2a}$ **D.** $-\dfrac{2a-1}{1+2a}$ **E.** $-\dfrac{2a-1}{3+2a}$

   Resposta: D

   Explicação: $\dfrac{2(a^2-1)+(a+1)}{(a+1)-2(a+1)^2} = \dfrac{2(a-1)(a+1)+(a+1)}{(a+1)[1-2(a+1)]} = \dfrac{\cancel{(a+1)}[2(a-1)+1]}{\cancel{(a+1)}(1-2a-2)} = \dfrac{2a-2+1}{-1-2a} = -\dfrac{2a-1}{1+2a}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

2. A expressão $|\sqrt{3}-2|$ é equivalente a:

   A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\sqrt{3}-2$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** $-2\sqrt{3}$ **E.** $2-\sqrt{3}$

   Resposta: E

   Explicação: Vejamos que $\sqrt{3}<2 \Longrightarrow \sqrt{3}-2<0$, pelo que

   $$|\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = 2-\sqrt{3}$$

   .

   O que corresponde a alínea acima indicada.

3. A solução da inequação $|x+4| \leq 6$ é:

   A. $x>2$ **B.** $x>-10$ **C.** $-10<x<2$ **D.** $x<-10 \vee x>2$ **E.** $x<2$

   Resposta: C

   Explicação: Pela definição $|x+4| \leq 6 \Longleftrightarrow -6 \leq x+4 \leq 6 \Longrightarrow -6-4 \leq x \leq 6-4 \Longrightarrow -10 \leq x \leq 2$. O que corresponde a alínea acima indicada.

4. Um número x dista 5 unidades de 4. Na forma simbólica escreve-se:

   A. $|x+4|=5$ **B.** $|x-5|=4$ **C.** $|x+5|=4$ **D.** $|x-4|=5$

E. $x - 4 = 5$
Resposta: D
Explicação: A distância entre dois números x e y na recta numérica è dada por $|x - y|$. Então a distância de x e 4 será $|x - 4|$, diz-se que esses dois distam 5 unidades, então $|x - 4| = 5$. O que corresponde a alínea acima indicada.

5. O(s) valor(es) de x que satisfaz(em) a condição da questão anterior é(são):

A. $x = 9$ **B.** $x = -1$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = -1 \vee x = 9$
E. $x = 1 \vee x = 9$
Resposta: D
Explicação: Vamos resolver a equação modular $|x - 4| = 5 \Longrightarrow x - 4 = 5 \vee x - 4 = -5 \Longrightarrow x = 5 + 4 = 9 \vee x = -5 + 4 = -1 \Longrightarrow x = -1 \vee x = 9$. O que corresponde a alínea acima indicada.

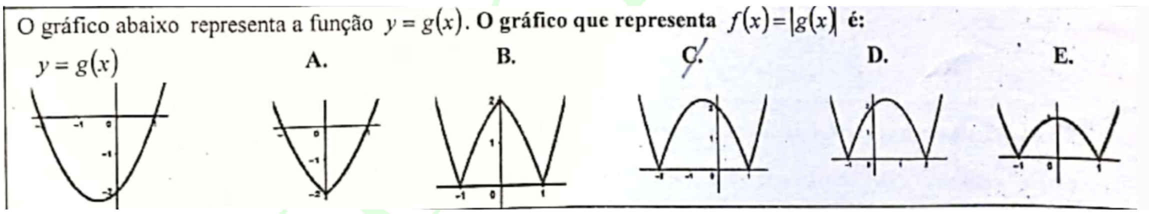
6. A expressão $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ para valores de $x \leq 2$ é equivalente a:

A. 1 **B.** $\dfrac{x+2}{x-2}$ **C.** $\dfrac{x-2}{x+2}$ **D.** -1 **E.** $\dfrac{-1}{x-2}$
Resposta: D
Explicação: Note que se $x \leq 2 \Rightarrow x - 2 \leq 0$, então pela definição $|x - 2| = -(x - 2)$. Daí que

$$\frac{|x-2|}{x-2} = \frac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = -1.$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

7. Considere a imagem abaixo



Resposta: C
Explicação: A função $f(x) = |g(x)|$ transforma todos os valores negativos de $g(x)$ em positivos, enquanto mantém os valores positivos inalterados. Assim, o gráfico de $f(x)$ reflete as partes negativas do gráfico de $g(x)$ em relação ao eixo x, deixando as partes positivas exactamente como estão. Ao analisar as opções fornecidas, apenas a alternativa **C** representa corrcetamente essa transformação.

8. $\dfrac{5! - 3!}{4!}$ é equivalente a:

A. $\dfrac{1}{2!}$ **B.** $\dfrac{5}{4}$ **C.** $\dfrac{21}{4}$ **D.** $\dfrac{3}{4}$ **E.** $\dfrac{19}{4}$
Resposta: E
Explicação: $\dfrac{5! - 3!}{4!} = \dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3! - 3!}{4 \cdot 3!} = \dfrac{(5 \cdot 4 - 1) \cdot \cancel{3!}}{4 \cdot \cancel{3!}} = \dfrac{19}{4}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aquí para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

9. A solução da equação $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 6$ é:
A. $n = 2 \vee n = -3$ **B.** $n = -2 \vee n = 3$ **C.** $n = 3$ **D.** $n = 2$ **E.** $n = 2 \vee n = 3$
Resposta: D
Explicação: $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 6 \Rightarrow \frac{(n+1)n\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = 6 \Rightarrow n^2 + n = 6 \Rightarrow n = 2$ visto que $n \in \mathbb{N}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

10. Com três calças e cinco camisas, de quantas maneiras diferentes é possível compor um traje?
A. 15 **B.** 20 **C.** 125 **D.** 12 **E.** 243
Resposta: A
Explicação: Pelo princípio fundamental da contagem podemos ter $3 \cdot 5 = 15$maneiras diferentes de comportamentos um traje. O que corresponde a alínea acima indicada.

11. Quantas palavras, com ou sem sentido, é possível escrever, usando todas as letras da palavra **PINCEL**, sem repetir nenhuma?
A. 36 **B.** 720 **C.** 6 **D.** 120 **E.** 50
Resposta: B
Explicação: Temos aquí no total de 6 Letras onde nenhuma é repetida, então podemos ter $P_n = P_6 = 6! = 720$ palavras com ou sem sentido podem ser formadas. O que corresponde a alínea acima indicada.

12. Quantos números de três algarismos é possível escrever usando os algarismos 2, 4, 7, 8, 9, sem repetir nenhum?
A. 60 **B.** 20 **C.** 13 **D.** 50 **E.** 21
Resposta: A
Explicação: Evidentemente que a ordem de coloção dos números é importante, então $A_p^n = A_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 60$números. O que corresponde a alínea acima indicada.

13. A solução da equação $C_2^n = 6$ é:
A. $n = 4 \vee n = -3$ **B.** $n = -4 \vee n = 3$ **C.** $n = 3$ **D.** $n = 4$ **E.** $n = 6$
Resposta: D
Explicação: Sabe-se que $n \geq 2$ e $C_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{2\cancel{(n-2)!}} = 6$, então

$$n^2 - n = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow n = 4$$

.
O que corresponde a alínea acima indicada.

Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ para responder às questões de 14 a 19.

14. A função anula em:
A. $x = -2, \vee x = -1 \vee x = 0$ **B.** $x = -2, \vee x = 1 \vee x = 0$ **C.** $x = 2, \vee x = 1 \vee x = 0$ **D.** $x = 2, \vee x = -1 \vee x = 0$ **E.** $x = 2, x = 1$
Resposta: C

Explicação: Queremos os valores de x para os quais $f(x) = 0$.

$$x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Longleftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) = 0 \Longleftrightarrow x(x-1)(x-2) = 0 \Longrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = 2$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

15. Os extremos relativos da função são:

A. $x_{\max} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{3} \vee x_{\min} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$ **B.** $x_{\min} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{3} \vee x_{\max} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$ **C.** $x_{\max} = \dfrac{-3+\sqrt{3}}{3} \vee x_{\max} = \frac{-3-\sqrt{3}}{3}$ D. $x_{\min} = \dfrac{-3+\sqrt{3}}{3} \vee x_{\max} = \dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}$

E. $x_{\min} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{3} \vee x_{\max} = \dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}$

Resolva: B

Explicação: Para encontrar os extremos relativos precisamos da primeira derivada e dos pontos críticos. $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$. Então

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

Fazendo o estudo do sinal, com auxilo de uma tabela

x	$\left]-\infty, \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right[$	$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$	$\left]\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}, \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right[$	$\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$	$\left]\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\uparrow$		$\downarrow$		$\uparrow$

Logo pela tabela $x_{\max} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{3} \vee x_{\min} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

16. A função é monótona:

A. Crescente em $\left]-\infty, \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left]\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$ e decrescente em $\left]\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}, \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right[$

B. Crescente em $\left]\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}, \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right[$ e decrescente em $\left]-\infty, \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right[\cup \left]\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right[$

C. Crescente em $\left]-\infty, \dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}\right[\cup \left]\dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$ e decrescente em $\left]\dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}, \dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}\right[$

D. Crescente em $\left]\dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}, \dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}\right[$ e decrescente em $\left]-\infty, \dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}\right[\cup \left]\dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$

E. Nenhuma das alternativas anteriores.

Resposta: A

Explicação: Pela tabela do exercício anterior.

17. O ponto de inflexão da função é:
A. $x = 2$ **B.** $x = -1$ **C.** $x = 0$ **D.** $x = -2$ **E.** $x = 1$
Resposta: E
Explicação: Pontos de inflexão são encontrados usando a segunda derivada $f''(x) = 6x - 6$. Logo

$$f''(x) = 0 \iff 6x - 6 = 0 \implies x = 1$$

Logo o ponto de inflexão é $x = 1$. O que corresponde a alínea acima indicada.

18. O comportamento da função é:

A. Voltada para cima em $]-\infty, 2[$ e voltada para baixo em $]2, +\infty[$

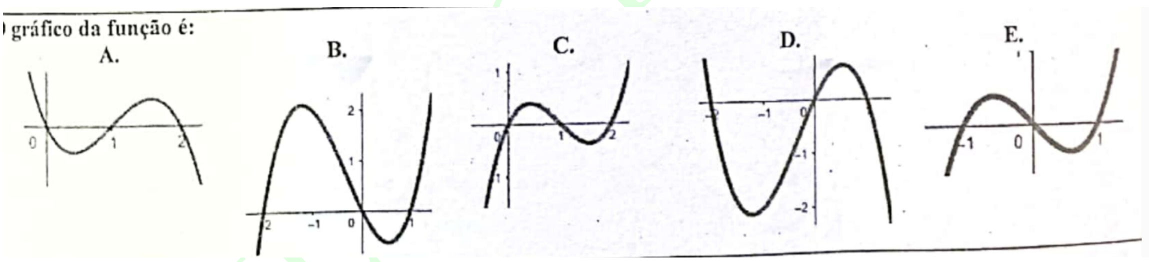
B. Voltada para cima em $]-\infty, -2[$ e voltada para baixo em $]-2, +\infty[$

C. Voltada para cima em $]-\infty, 1[$ e voltada para baixo em $]1, +\infty[$

D. Voltada para cima em $]1, +\infty[$ e voltada para baixo em $]-\infty, 1[$

E. Nenhuma das alternativas anteriores.
Resposta: D
Envidente que $\forall x_0 < 1 \implies f''(x_0) < 0$, então a concavidade é voltada para baixo para $x \in]-\infty, 1[$. E $\forall x_0 > 1 \implies f''(x_0) > 0$, então a concavidade é voltada para cima para $x \in]1, +\infty[$. O que corresponde a alínea

19. Considere a imagem abaixo



Resposta: C
Explicação: O gráfico que cumpre com as questões $14, 15, 16, 17, 18$ é o indicado.

20. As assíntotas vertical e horizontal da função $y = \dfrac{1-x}{x^2-1}$ são, respectivamente:
A. $x = 1$ e $y = 0$ **B.** $x = 1 \vee x = -1$ e $y = 0$ **C.** $x = -1$ e $y = 0$ **D.** $x = 0$ e $y = -1$ **E.** $x = 2$ e $y = 0$
Resposta:
Explicação: As assìmptotas verticais são pontos de descontinuidade de segunda espécie. Primeiro achemos os pontos de descontinuidade:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1 \vee x \neq -1\}$$

Agora precisamos verificar se os pontos de descontinuidade $x = 1$ e $x = -1$ são de segunda espécie.

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{1-x}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2} < \infty$$

Logo o ponto $x = 1$ é um ponto de descontinuidade eliminável, então não é uma assímptota vertical.

$$\lim_{x\to -1} f(x) = \lim_{x\to -1} \frac{1-x}{x^2-1} = \pm\infty$$

Logo $x = -1$ é a única assímptota vertical.

21. O domínio da função $y = \sqrt{4-x^2}$ é:
A. $-2 < x < 2$ **B.** $x \leq 2$ **C.** $-2 \leq x \leq 2$ **D.** $x \leq -2 \vee x \geq 2$ **E.** $x < -2 \vee x > 2$
Resposta: C
Explicação: $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 4 - x^2 \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \leq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$

22. A solução do limite $\lim_{x\to 2} \frac{2(x^2-4)}{x-2}$ é: **A.** 8 **B.** 0 **C.** 6 **D.** -6 **E.** -8
Resposta: A
Explicação: $\lim_{x\to 2} \frac{2(x^2-4)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{2\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}} = 2(2+2) = 8$. O que corresponde a alínea acima indicada.

23. Dado o termo geral da sucessão $u_n = \frac{n^2+1}{n+3}$, um dos termos desta sucessão é: **A.** 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** -3 **E.** -1
Resposta: C
Explicação: Pois $u_n = 1$ tem solução para $n \in \mathbb{N}$.

24. O nono termo da sucessão $u_n = \frac{n^2+1}{2n+3}$ é: **A.** $\frac{19}{21}$ **B.** $\frac{65}{21}$ **C.** $\frac{80}{21}$ **D.** $\frac{82}{21}$ **E.** $\frac{10}{21}$
Resposta: D
Explicação: Queremos o nono termo, então $u_9 = \frac{9^2+1}{2\cdot 9+3} = \frac{82}{21}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

Considere a sucessão $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \ldots$ para responder às questões 25, 26 e 27.

25. A sucessão é:
A. Decrescente **B.** Finita **C.** Progressão aritmética **D.** Progressão geométrica **E.** Crescente
Resposta: A

Explicação: O termo geral da sucessão é $a_n = \dfrac{n+2}{n+1}$, então podemos estudar sua monotonia

$$a_{n+1} - a_n = \frac{\color{red}{(n+1)}+2}{\color{red}{(n+1)}+1} - \frac{n+2}{n+1} = \frac{n+3}{n+2} - \frac{n+2}{n+1} = \frac{(n+3)(n+1)-(n+2)(n+2)}{(n+1)(n+2)}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{n^2+4n+3-n^2-4n-4}{(n+1)(n+2)} = -\frac{1}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

como $a_{n+1} - a_n > 0$ então a_n é uma sucessão monótona decrescente. O que corresponde a alínea acima indicada.

26. O termo geral da sucessão é:

A. $\dfrac{n}{n+2}$ **B.** $\dfrac{n+2}{n+1}$ **C.** $\dfrac{n+1}{n+2}$ **D.** $\dfrac{n+2}{n}$ E. $\dfrac{n}{n+1}$

Resposta: B

Explicação: Conforme visto na alínea anterior.

27. O vigésimo quinto termo é:

A. $\dfrac{25}{27}$ **B.** $\dfrac{27}{26}$ **C.** $\dfrac{26}{27}$ **D.** $\dfrac{27}{25}$ **E.** $\dfrac{25}{26}$

Resposta: B

Explicação: $a_{25} = \dfrac{25+2}{25+1} = \dfrac{27}{26}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

28. A soma dos 9 primeiros termos de uma progressão aritmética é 7 e o segundo termo é -2. A razão é:

A. $a_1 = -5 \wedge d = -3$ **B.** $a_1 = 5 \wedge d = -3$ **C.** $a_1 = -5 \wedge d = 3$ **D.** $a_1 = 5 \wedge d = 3$ **E.** $a_1 = 2 \wedge d = -3$

Resposta: Nenhuma das alternativas anteriores está correcta.

Explicação: Sabemos que a soma dos n primeiros termos de uma P.A é dada por $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ e $S_n = (a_n + a_1)\cdot \dfrac{n}{2}$, então

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d = -2 \\ S_9 = (a_9 + a_1)\cdot \dfrac{9}{2} = 7 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_1 + d = -2 \\ (a_1 + 8d + a_1) = \dfrac{2\cdot 7}{9} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_1 + d = -2 \\ 2d + 8a_1 = \dfrac{14}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1 - d = 2 \\ a_1 + 4d = \dfrac{7}{9} \end{cases} \Longrightarrow 3d = \frac{7}{9} + 2 = \frac{25}{9} \Longrightarrow d = \frac{25}{27} \quad \text{Logo} \quad a_1 = -2 - d = -2 - \frac{25}{27} = -\frac{79}{27}$$

29. O terceiro e o oitavo termos de uma progressão geométrica são, respectivamente, 2 e $\dfrac{1}{16}$. A razão da progressão é:

A. $q = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $q = -\dfrac{1}{2}$ **C.** $q = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $q = \dfrac{1}{2}$ **E.** $q = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resposta: D

Explicação: Sabemos que $a_n = a_k \cdot q^{n-k}$ então $a_8 = a_3 \cdot q^{8-3} = a_3 \cdot q^5 \Rightarrow \dfrac{1}{16} = 2\cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 \cdot \dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 \Rightarrow q = \dfrac{1}{2}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

30. A função $y = g(x)$ tem um máximo local (relativo) em $x = 3$, então:

   A. $y = g(x)$ não é derivável em $x = 3$
   B. A concavidade da função em $x = 3$ é virada para cima
   C. A função é decrescente em $]-\infty, 3[$
   D. $g'(3) = -1$
   E. O coeficiente angular da recta tangente à curva em $x = 3$ é $a = 0$

   Resposta: E
   Explicação: A função tem extremos nos seus pontos críticos, e sabemos que pontos críticos são valores de x tais que $g'(x) = 0$. Então $g'(3) = 0$, o que é equivalente dizer que o coeficiente angular é $a = g'(3) = 0$. O que corresponde a alínea acima indicada.

31. O coeficiente angular da recta r, tangente à curva, no ponto de abscissa x_0, é $a = 0$. É FALSO afirmar que:

   A. A recta r não é paralela ao eixo das ordenadas
   A recta r é paralela ao eixo das abscissas
   C. A primeira derivada da função é nula no ponto de abscissa x_0
   D. A função não tem um ponto crítico em x_0
   E. O sinal da primeira derivada muda em x_0

   Resposta: D
   Explicação: Sabemos que um ponto crítico ocorre quando a derivada da função é igual a zero ($f'(x_0) = 0$) ou quando a derivada não existe. Neste caso, a reta tangente é horizontal no ponto x_0, o que significa que a derivada da função é zero nesse ponto ($f'(x_0) = 0$). Portanto, x_0 é, de facto, um ponto crítico.

32. A primeira derivada da função $y = \dfrac{(x^2+2)^2}{2x+3}$ é:
   A. $\dfrac{2(x^2+2)(3x^2+6x+2)}{(2x+3)^2}$ **B.** $\dfrac{2(x^2+2)(3x^2+6x-2)}{(2x+3)^2}$ **C.** $\frac{2(x^2+2)(-x^2+2x+1)}{(2x+3)^2}$ **D.** $\dfrac{2(x^2+2)(3x^2+1)}{(2x+3)^2}$ **E.** $\dfrac{2(x^2+2)(-x^2+2x+5)}{(2x+3)^2}$
   Resposta: Sem alternativa correcta
   Explicação: Pela regra do quociente sabemos que $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$, então

$$f'(x) = \frac{[(x^2+2)^2]'(2x+3) - (x^2+2)^2(2x+3)'}{(2x+3)^2} = \frac{2(x^2+2)(2x)(2x+3) - 2(x^2+2)^2}{(2x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2+2)(4x^2+6x-2x^2-4)}{(2x+3)^2} = \frac{2(x^2+2)(2x^2+6x-4)}{(2x+3)^2}$$

33. A segunda derivada de $y = xe^{x^2+1}$ é:
   A. $e^{x^2+1}(1+x)$ **B.** $e^{x^2+1}(1+2x)$ **C.** $e^{x^2+1}(1+2x^2)$ **D.** $xe^{x^2+1}(1+2x^2)$ **E.** $-xe^{x^2+1}(1+x^2)$
   Resposta: Sem alternativa correcta
   Explicação: Pela regra do produto $y' = x' \cdot e^{x^2+1} + x \cdot \left(e^{x^2+1}\right)' = e^{x^2+1} + x(2x)e^{x^2+1} = e^{x^2+1}(1+2x^2)$

Agora efectuando a segunda derivada (pela regra do produto)

$$y'' = \left[e^{x^2+1}\right]'(1+2x^2) + e^{x^2+1}(1+2x^2)' = (2x)e^{x^2+1}(1+2x^2) + 4x \cdot e^{x^2+1} = 2xe^{x^2+1}(3+2x^2)$$

34. O valor de k que torna a função $y = \begin{cases} \dfrac{3}{1-x}, & x \geq -2 \\ k - x^2, & x < -2 \end{cases}$ contínua em $x = -2$ contínua em $x = -2$ é:

A. 5 **B.** 3 **C.** 2 **D.** -3 **E.** -5

Resposta: A

Explicação: Condição de continuidade $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$, então calculemos os limites laterais da função

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \frac{3}{1-(-2)} = 1 \vee \lim_{x \to -2^-} f(x) = k - (-2)^2 = k - 4$$

Então $1 = k - 4 \Longrightarrow k = 5$. O que corresponde a alínea acima indicada.

Da função $y = f(x)$, sabe-se que $f(4) = 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$. Com base na informação, responda às questões de 35 a 37

35. O limite $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$ é:

A. $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** $\pm\infty$ **D.** 0 **E.** Não existe

Resposta: E

Explicação: Pelo simples de $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$

36. A função tem uma assíntota vertical em:

A. $x = 3$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = 1$ **D.** $x = 0$ **E.** $x = -2$

Resposta: A

Explicação: Assímptotas verticais são pontos de descontinuidade de segunda espécie, e temos pelo enunciado que $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty \vee \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$ o que significa que $x = 3$ é um ponto de descontinuidade de segunda espécie, logo $x = 3$ é A.V.

37. Se $g(x) = \dfrac{1}{x}$, então $g[f(4)]$ é:

A. $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** $\pm\infty$ **D.** Não existe **E.** 0

Resposta: D

Explicação: Sabemos pelo enunciado que $f(4) = 0$, então $g[f(4)] = g(0) = \dfrac{1}{0}$ não existe. O que corresponde a alínea acima indicada.

38. A integral $\displaystyle\int \left(3x^5 + e^x - \frac{1}{x}\right) dx$ é:

A. $15x^4 + e^x + \dfrac{1}{x^2} + C$ **B.** $\dfrac{1}{2}x^6 + e^x - \ln|x| + C$ **C.** $\dfrac{1}{2}x^6 + xe^x - \ln|x| + C$ **D.**

$\frac{1}{2}x^3 + xe^x - 1 + C$ **E.** $\frac{1}{2}x^3 + xe^x + \ln|x| + C$
Resposta: B

$$\int \left(3x^5 + e^x - \frac{1}{x}\right) dx = \int 3x^5 dx + e^x - \int \frac{1}{x} dx = 3 \cdot \frac{x^{5+1}}{5+1} + e^x - \ln|x| + C = \frac{1}{2}x^6 + e^x - \ln|x| + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

39. a expressão $4i^3 + 3i^2 + 2i + 1$ é equivalente a:
A. $4i + 6$ **B.** $1 + 2i$ **C.** $2i - 2$ **D.** $2 + 2i$ **E.** $-2i - 2$
Resposta: E
Explicação: Sabemos que $i^2 = -1 \Longrightarrow i^3 = -i$, pelo que

$$4i^3 + 3i^2 + 2i + 1 = 4(-i) + 3(-1) + 2i + 1 = -4i + 2i - 3 + 1 = -2i - 2$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

40. A condição para que o número complexo $z = (a-3) + (b-5)i$, onde a e b são números reais, seja um número real não nulo é:
A. $a \neq 3$ **B.** $b = 5$ **C.** $b \neq 5 \wedge a \neq 3$ **D.** $b \neq 5 \vee a = 3$ **E.** $b = 5 \wedge a \neq 3$
Resposta: E
Explicação: Seja $z = x + yi$ um número complexo, para que seja real não nulo é necessário e suficiente que $x \neq 0 \wedge y = 0$, então

$$a - 3 \neq 0 \wedge b - 5 = 0 \Longleftrightarrow b = 5 \wedge a \neq 3$$

O que corresponde a alínea acima indicada.