



FILOSCHOOL

MATEMÁTICA 1-UEM(2024)

1. Indique as soluções da inequação: $|x - 2| \geq 6$.

- A.** $x \in]-\infty, 0]$ **B.** $x = 2$ ou $x = 6$ **C.** $x \in]-\infty, -4] \cup [8, +\infty[$ **D.** $x \in [2, 6]$
E. $x \in [1, 2] \cup [5, +\infty[$

Resposta: C

Explicação: Se $|x - 2| \geq 6$ então $x - 2 \geq 6 \vee x - 2 \leq -6 \implies x \geq 6 + 2 = 8 \vee x \leq -6 + 2 = -4$ o que é equivalente dizer $x \in]-\infty, -4] \cup [8, +\infty[$

2. Indique as soluções da equação $|x^2 - x + 1| = 2x - 1$.

- A.** $x = -1 \vee x = 1$ **B.** $x = 0 \vee x = 2$ **C.** $x = -1 \vee x = 2$ **D.** $x = 1 \vee x = 2$
E. $x = -2 \vee x = 2$

Resposta: D

Explicação: Para resolver $|x^2 - x + 1| = 2x - 1$ primeiro é achar o domínio de soluções admissíveis, sabemos que $|x^2 - x + 1| \geq 0 \implies 2x - 1 \geq 0 \implies x \geq \frac{1}{2}$. Ou seja $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

Resolvendo a equação

$$x^2 - x + 1 = 2x - 1 \vee x^2 - x + 1 = -(2x - 1) = -2x + 1$$

Organizando as expressões, tem-se

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \vee x^2 + 2x = 0$$

Factorizando

$$(x - 1)(x - 2) = 0 \vee x(x + 2) = 0$$

Pela lei de anuamento de produto

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

$$x = 1 \vee x = 2 \vee x = 0 \vee x = -2$$

Mas como $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$, então $x = 1 \vee x = 2$. O que corresponde a alínea acima indicada.

3. A igualdade $-x = |-x|$ é válida para:

- A.** $x \in]-\infty, 0]$ **B.** $x \in]0, +\infty[$ **C.** $x \in \mathbb{R}$ **D.** $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **E.** $x \in \emptyset$

Resposta A

Explicação: Pela definição do módulo temos que $|-x| = \begin{cases} -x, & \text{se } -x \geq 0 \\ -(-x), & \text{se } x < 0 \end{cases} \Rightarrow |-x| =$

$\begin{cases} -x, & \text{se } x \leq 0 \\ x, & \text{se } x > 0 \end{cases}$ ou seja $|-x| = -x$ se $x \in]-\infty, 0]$. O que corresponde a alínea acima indicada.

4. Seja $f(x) = |x - 2|$ e $g(x) = x - 2$. Para que valores x temos $f(x) - g(x) = 0$?

- A.** $x = -4, x = 4$ **B.** $x = 0$ **C.** $x \in [-2, 2]$ **D.** $x \in [2, +\infty[$ **E.** $x = -2$

Resposta: D

Explicação: $f(x) - g(x) = |x - 2| - (x - 2) = 0 \Rightarrow |x - 2| = x - 2$ pela definição, isto ocorre quando $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \iff x \in [2, +\infty[$. O que corresponde a alínea acima indicada.

5. Seja $|x - 2| \leq 5$ e $|y - 2| = 1$. Determine o valor máximo de $|x - y|$ se x e y são soluções da expressões acima.

- A.** 4 **B.** -1 **C.** 5 **D.** 3 **E.** 6

Resposta: E

Explicação: Para achar o máximo de $|x - y|$, vamos resolver as expressões dadas separadamente. Note-se que $|x - 2| \leq 5 \iff -5 \leq x - 2 \leq 5 \iff -3 \leq x \leq 7$, o que é equivalente $x \in [-3, 7]$.

Agora vamos resolver a outra expressão $|y - 2| = 1 \iff y - 2 = 1 \vee y - 2 = -1 \iff y = 3 \vee y = 1$, então podemos dizer que $y \in \{1, 3\}$.

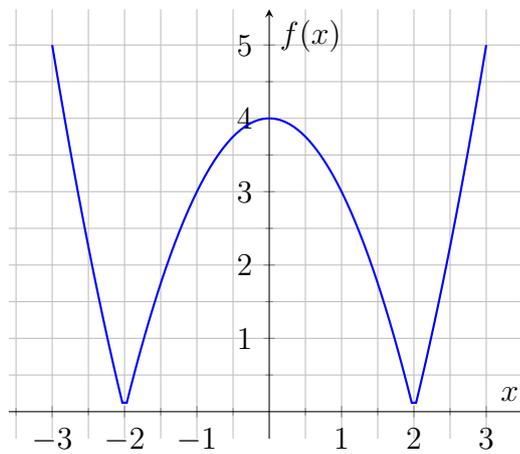
Agirá $\max |x - y| = | -3 - 3| = 6$ ou $\max |x - y| = |7 - 1| = 6$. O que corresponde a alínea acima indicada.

6. Considere a função $f(x) = |x^2 - 4|$. Para que valores x a função é crescente?

- A.** $x \in]-2, 0[\cup]2, +\infty[$ **B.** $x \in]0, +\infty[$ **C.** $\forall x \in \mathbb{R}$ **D.** $x \in [-2, 2]$ **E.** $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$

Resposta: A

Explicação: Para verificar o intervalo onde a função $f(x)$ é crescente, podemos Esboçar o seu respectivo gráfico. Segue o gráfico abaixo:



Então o intervalo de crescimento é $] - 2, 0[\cup] 2, +\infty[$. O que corresponde a alínea acima indicada.

7. O Paulo e a Luísa vão a um teatro com quatro amigos. Qual a probabilidade de Paulo e a Luísa se sentarem juntos?

A. $\frac{2 \times 4!}{6!}$ B. $4!/6!$ C. $1/3$ D. $2/3$ E. $4! \times 2!$

Resposta: A

Explicação: Sabemos que a probabilidade P de um evento é dada pela fórmula:

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número total de resultados}}$$

Paulo, Luísa e 4 amigos temos no total 6 elementos. Mas queremos a probabilidade e Luísa sentarem juntos, então vamos procurar saber o número total de organizações em que Paulo e Luísa sentarem juntos, $k_0 = 4! \times 2! = 2 \times 4!$. E o número toda de organizações sem considerar necessariamente que sentem juntos será $k_1 = 6!$. Logo a probabilidade será

$$P = \frac{2 \times 4!}{6!}$$

8. Numa caixa com 12 compartimentos, vou arrumar 10 copos: 7 amarelos, 1 verde, 1 azul, 1 roxo. Em cada compartimento cabe um copo. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar os 10 copos nessa caixa?

A. $A_7^{12} \times 3!$ B. $C_7^{12} \times A_3^5$ C. $A_7^{12} \times A_3^5$ D. A_3^{35} E. $A_3^{35} \times C_{32}^{35}$

9. De quantas maneiras podem ser escolhidos um presidente e um vice-presidente de um grupo de 20 pessoas?

A. 190 B. 40 C. 400 D. 380 E. 480

Resposta: D

Explicação: Neste problema, a ordem é importante na escolha dos membros para as posições dadas. O método de Arranjo Simples dá mais importância à ordem. Então, o número de maneiras é encontrado usando a fórmula de Arranjos Simples

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}$$

a Onde $n = 20$ e $p = 2$, logo o número de maneiras será

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

$$A_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18!} = 380$$

10. Uma empresa pretende oferecer 3 telefones aos seus funcionários, escolhendo aleatoriamente duas mulheres e um homem. Sabendo que na empresa trabalham 50 mulheres e 20 homens, de quantas formas podem ser dados os telefones?

A. $C_3^{70} - C_2^{50}$ B. $C_2^{50} - 20$ C. C_2^{50} D. $C_2^{50} \times 20$ E. C_3^{70}

Resposta: D

Explicação: Para a escolha de dois homens vamos ter C_1^{20} e para escolha de uma mulher vamos ter C_2^{50} , como queremos duas mulheres e um homem, vamos ter

$$C_2^{50} \times C_1^{20} = C_1^{50} \times 20$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

11. Uma linha do Triângulo de Pascal é constituída por todos os elementos da forma C_p^{14} . Escolhido, ao acaso, um elemento dessa linha, qual a probabilidade de ele ser o número 14?

A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{4}{15}$ E. $\frac{3}{14}$

Resposta: C

Explicação: Perceba-se que uma linha do Triângulo do Pascal é constituída por elementos da forma C_p^{14} , então o binômio em questão é de grau $n = 14$, o que significa que possui $n + 1 = 15$ termos no seu desenvolvimento, sendo assim constituída por elementos $\{C_0^{14}, C_1^{14}, \dots, C_{14}^{14}\}$. Ou seja temos no total 15 elementos onde cada elemento aparece duas vezes excepto o elementos central que só aparece uma vez. E claro, o elementos $C_1^{14} = 14$ Não é central, logo aparece duas vezes. Então conforme definimos a probabilidade anteriormente, teremos que

$$P = \frac{2}{15}$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

12. No desenvolvimento do binômio $(x - \frac{a}{x})^6$, o coeficiente do termo x^4 é 12. Qual o valor de a ?

A. $\sqrt{15}$ B. 3 C. 1 D. 6 E. 2

Resposta: Sem alternativa correcta.

Explicação: Sabemos o que termo geral do desenvolvimento de Newton é dado por $T_{p+1} = C_p^n a^{n-p} b^p$, onde $n = 6$, $a = x$ e $b = -\frac{a}{x}$, logo

$$T_{p+1} = C_p^6 \cdot x^{6-p} \cdot \left(-\frac{a}{x}\right)^p = C_p^6 \cdot x^{6-p} \cdot x^{-p} (-a)^p = C_p^6 \cdot (-a)^p \cdot x^{6-2p}$$

Queremos que $x^{6-2p} = x^4 \implies 6 - 2p = 4 \implies 2p = 6 - 4 = 2 \implies p = 1$. Logo vamos ter o seguinte:

$$T_{1+1} = T_2 = C_1^6 \cdot (-a)^1 \cdot x^4 = -6a \cdot x^4$$

E diz-se que este coeficiente é 12, então $-6a = 12 \Leftrightarrow a = -2$.

13. Seja U o espaço de resultados de uma experiência aleatória e A e B dois acontecimentos. Sabendo que $P(A) = 30\%$, $P(A \cup B) = 70\%$ e que A e B são incompatíveis, qual o valor de $P(B)$?

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

A. 21% B. 40% C. 60% D. 61% E. 100%

Resposta: B

Explicação: Se dois eventos A e B são incompatíveis, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ daí que $P(B) = P(A \cup B) - P(A) = 70\% - 30\% = 40\%$. O que corresponde a alínea acima indicada.

14. Qual dos seguintes conjuntos descreve o domínio da função real de variável real $f(x) = \frac{\sqrt{18 - 2x^2}}{x^3}$?

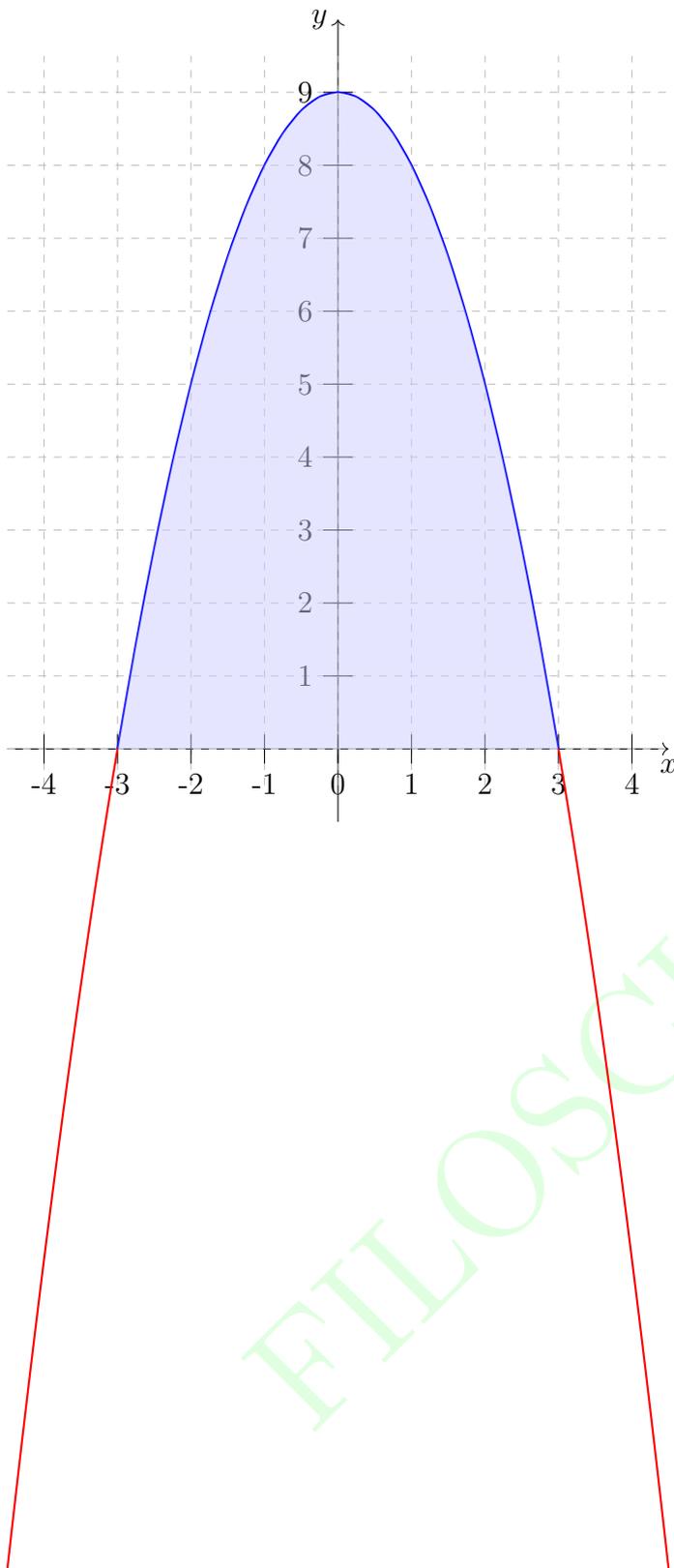
A. $[-3, 3]$ B. $] - 3, 0[$ C. $] - \infty, -3] \cup [3, +\infty[$ D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ E. $[-3, 0[\cup] 0, 3]$

Resposta: E

Explicação: $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^3 \neq 0 \wedge 18 - 2x^2 \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge 9 - x^2 \geq 0\}$, Podemos resolver a inequação $9 - x^2 \geq 0$ pelo método gráfico.

FILOSCHOOOL

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395



Resolução:

A inequação é $9 - x^2 \geq 0$.

Resolva-se $9 - x^2 = 0$:

$$x^2 = 9 \implies x = \pm 3.$$

A parábola se abre para baixo e intercepta o eixo x em $x = -3$ e $x = 3$.

Solução: $x \in [-3, 3]$.

Então podemos no geral escrever que

$$D_f = x \in [-3, 0] \setminus \{0\} \cup [0, 3]$$

. O que corresponde a alínea acima indicada.

15. O contradomínio da função $f(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$ é:

- A. $[-2, 2]$ B. $[-1/2, 1/2]$ C. $] - 1/2, 1/2]$ D. $[-1, 1]$ E. \mathbb{R}

Resposta: B

Explicação: Sabemos que $-1 \leq \cos(x) \leq 1 \implies \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \cos(x) \leq \frac{1}{2}$ ou seja $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$. O que

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

corresponde a alínea acima indicada.

16. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = e^{x+1}$. Qual dos pontos pertence ao gráfico de f ?

A. $(-1, 0)$ B. $(\ln 2, 2e)$ C. $(\ln 5, 6)$ D. $(-2, e)$ E. $(0, 1)$

Resposta: B

Explicação: Evidente que se $x = \ln 2 \implies y = e^{\ln 2 + 1} = e^{\ln 2} \cdot e^1 = 2 \cdot e = 2e$. O que corresponde a alínea acima indicada.

17. O gráfico ao lado representa a função?

A. $y = 1 - |x - 1|$ B. $y = 1 - |x + 1|$ C. $y = -1 + |x + 1|$ D. $y = -1 + |x - 1|$ E. $y = -1 - |x + 1|$

18. Indique a opção que representa todas as soluções da equação $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

A. $1/2$ B. 0 e $1/2$ C. $1/2 - \sqrt{2}/2$ e $1/2 + \sqrt{2}/2$ D. 1 e 4 E. Não existem soluções válidas.

Resposta: A

Explicação: $4x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 = (2x - 1)^2 = 0$, Logo $2x - 1 = 0 \implies x = \frac{1}{2}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

19. De entre as seguintes funções, qual aquela que **não é injetiva** (onde não se encontra indicado o \mathbb{R})?

A. $y = e^x$ B. $y = \ln(x)$, $x > 0$ C. $y = \sin(x)$ D. $y = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$
E. $y = x^2$

Resposta: E

Explicação: Sabemos que uma função $f(x)$ diz-se injetiva se $\forall x_1 \forall x_2 (f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2)$. Ao considerar $f(x) = x^2$, seja $x = -1$ e $x = 1$, logo $f(-1) = f(1) = 1 \nrightarrow -1 = 1$. O que corresponde a alínea acima indicada.

20. Considere as funções $f(x) = x^2 - 2$ e $g(x) = x + 1$. A composição $f \circ g(x)$ resulta na função

A. $y = x^2 + 2x - 1$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = x^2 - 2x + 1$ D. $y = x^2$ E. $y = x^2 - x - 1$

Resposta: A

Explicação: Note-se que $f \circ g(x) = f[g(x)] = [g(x)]^2 - 2 = (x + 1)^2 - 2 = x^2 + 2x + 1 - 2 = x^2 + 2x - 1$. O que corresponde a alínea acima indicada.

21. A soma dos todos números naturais ímpares menores que 100 é:

A. 50 B. 495 C. 2450 D. 2500 E. 5500

Resposta: C

Explicação: Sequência de ímpares menores que 100) É $1, 3, 5, 7, \dots, 99$, claramente que estamos diante de uma P.A onde $a_1 = 1$, $d = 2$ e $a_n = 99$. Sabemos que

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Então $99 = 1 + (n - 1) \cdot 2 \implies n - 1 = \frac{99 - 1}{2} = \frac{98}{2} = 48 \implies n = 48 + 1 = 49$ então queremos S_{49} ,
Donde

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

Logo podemos ter que $S_{49} = (1 + 99) \cdot \frac{49}{2} = 100 \cdot \frac{49}{2} = 2450$. O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

22. A soma dos 5 primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $2/3$ é 211. Indique o 5º termo da progressão:

- A. 16 B. 20 C. 15 D. 105 E. 48.

Resposta: A

Explicação: Como trata-se de uma P.G sabe-se que $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$, pelo que

$$S_5 = \frac{a_1(1 - (2/3)^5)}{1 - 2/3} = 211 \Rightarrow a_1(1 - 32/243) = 211 \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow a_1 \cdot \frac{211}{243} = 211 \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow a_1 = \frac{1}{3} \cdot 243 = 81$$

Por outro lado sabe-se que $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, então $a_5 = 81 \cdot (2/3)^{5-1} = 81 \cdot (2/3)^4 = 81 \cdot 16/81 = 16$. O que corresponde a alínea acima indicada.

23. A progressão de termo geral $a_n = 2^{-2n}$ é uma progressão:

- A. Aritmética de razão 2 B. Aritmética de razão $1/4$ C. Geométrica de razão 2 D. Geométrica de razão $1/4$ E. Nenhuma das opções anteriores.

Resposta: D

Explicação: Dada a progressão $a_n = 2^{-2n} = (2^{-2})^n = \left(\frac{1}{2^2}\right)^n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ que é evidente uma progressão geométrica de razão $1/4$. O que corresponde a alínea acima indicada.

24. Seja (u_n) uma sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$. Quantos termos de ordem ímpar pertencem ao intervalo $\left[\frac{83}{41}, \frac{67}{33}\right]$?

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 5 E. 8

Resposta: D

Explicação: Queremos a quantidade de n 's ímpares tais que $\frac{83}{41} \leq u_n \leq \frac{67}{33} \Leftrightarrow \frac{83}{41} \leq 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \leq \frac{67}{33} \Rightarrow \frac{83}{41} - 2 = \frac{1}{41} \leq \frac{(-1)^{n+1}}{n} \leq \frac{67}{33} - 2 = \frac{1}{33}$ Para n ímpar $(-1)^{n+1} = 1$, Então $\frac{83}{41} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{67}{33} \Rightarrow 33 \leq n \leq 41$ o que é equivalente dizer que $n \in [33, 41]$ e os elementos desse conjunto são $\{33, 35, 37, 39, 41\}$ que são no total 5. O que corresponde a alínea acima.

25. Em relação à sucessão (u_n) de termo geral $u_n = 3 + \frac{1}{n}$, pode-se afirmar que:

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ B. u_n é uma sucessão divergente. C. u_n é uma sucessão convergente. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

E. u_n é uma sucessão decrescente.

Resposta: C

Explicação: A sucessão é convergente porque $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) = 3 + \frac{1}{+\infty} = 3 + 0 = 3 < \text{infy}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

26. Indique o limite, quando $n \rightarrow \infty$, da sucessão de termo geral $u_n = \frac{10n + 1}{n/2 - 4}$.

- A. $1/4$ B. $1/2$ C. 5 D. 10 E. 20

Resposta: E

Explicação: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{10n + 1}{n/2 - 4} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{10n}{n/2} = \frac{10}{1/2} = 10 \cdot 2 = 20$. O que corresponde a alínea acima.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

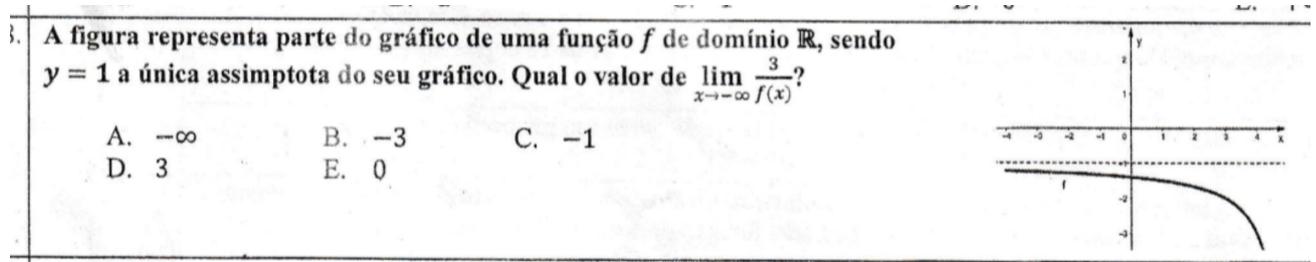
27. Indique o limite, quando $n \rightarrow \infty$, da sucessão de termo geral $u_n = 1 + e^{-2n}$.

- A. $-\infty$ B. 2 C. 1 D. 0 E. $+\infty$

Resposta: C

Explicação: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + e^{-2n}) = 1 + e^{-\infty} = 1 + 0 = 1$. O que corresponde a alínea acima indicada.

28. Acompanhe a imagem abaixo



Resposta: B

Explicação: Vejamos que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{f(x)} = \frac{3}{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)}$

Pelo gráfico facilmente que na medida em que o x Vai diminuindo a variável y também vai diminuído tendendo a se aproximar do valor -1 , mas sem nunca chegar aí. Ou seja

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

Pelo que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{f(x)} = \frac{3}{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)} = \frac{3}{-1} = -3$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

29. Para que número real positivo k é contínua na função $f(x) = \begin{cases} \log_2(k+x), & x \geq 0 \\ \frac{\sin(2x)}{x}, & x < 0 \end{cases}$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Resposta: E

Explicação: Condição de continuidade $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$, Então

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2(k+x) = \log_2(k+0) = \log_2(k)$$

E por outro lado podemos ter que

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin(2x)}{2x}}_{=1} \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2$$

Então $\log_2(k) = 2 \implies k = 2^2 = 4$. O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

30. De uma função h , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que h é par e $\lim_{x \rightarrow \infty} (h(x) - 2x) = 0$. Qual o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$?
- A. $-\infty$ B. -2 C. 0 D. 2 E. $+\infty$

Resposta: E

Explicação: $\lim_{x \rightarrow \infty} (h(x) - 2x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) - \lim_{n \rightarrow +\infty} (2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) - \infty = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 0 + \infty = +\infty$. O que corresponde a alínea acima indicada.

31. Qual o valor de $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{16 - x^2}$

- A. $-7/8$ B. $-3/4$ C. 1 D. $5/3$ E. 2

Resposta: A

Explicação: Queremos

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{16 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 3)}{(4 - x)(4 + x)} = - \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{(x - 4)}(x + 3)}{\cancel{(x - 4)}(x + 4)} = - \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 3}{x + 4} = - \frac{4 + 3}{4 + 4} = - \frac{7}{8}$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

32. De uma função sabe-se que $f(2) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$. Então:

- A. $f(x)$ não tem assíntotas. B. $f(x)$ só tem assíntota horizontal. C. As assíntotas são $y = 3$ e $x = 2$. D. As assíntotas são $y = 3$ e $x = 2$. E. $f(x)$ só tem assíntota horizontal.

Resposta: C ou D

Explicação: Nessas condições $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ nos diz que a função f possui uma descontinuidade de segunda espécie no ponto de abcissa $x = 2$, o que significa este ponto é o ponto onde temo uma assíntota vertical. E o facto de que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ nos diz que temos uma assíntota horizontal no ponto de ordena $y = 3$. O que corresponde a as alternativas acima indicadas.

33. O valor da derivada de $f(x) = \sin(\pi x)$ no ponto $x = 1$ é:

- A. 0 B. -1 C. π D. 1 E. $-\pi$

Resposta: E

Explicação: Se $f(x) = \sin(\pi x) \Rightarrow f'(x) = (\pi x)' \cdot \cos(\pi x) = \pi \cos(\pi x)$ dai que $f'(1) = \pi \cos(\pi \cdot 1) = \pi \cdot (-1) = -\pi$. O que corresponde a alínea acima indicada.

34. Indique a equação da recta tangente à $f(x) = xe^{1-x}$ no ponto $x = -1$.

- A. $y = (1 - x)e^{x-1}$ B. $y = -xe^{x-1}$ C. $y = 2e^{2x} + e^2$ D. $y = xe^2$ E. $y = e^2(2x + 1)$

Resposta: E

Explicação: A equação a recta tangente q curva f é dada por

$$y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$$

Onde $f'(x) = e^{1-x} - xe^{1-x} = (1 - x)e^{1-x} \Rightarrow f'(-1) = (1 - (-1))e^{1-(-1)} = 2e^2$ e $f(-1) = (-1)e^{1-(-1)} = -e^2$.

$$y = 2e^2(x + 1) - e^2 = (2x + 2 - 1)e^2 = (2x + 1)e^2$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

35. Qual das seguintes funções não possui tangente horizontal no ponto dado:

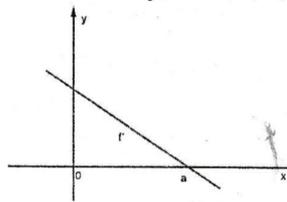
- A. $f(x) = -x^2 - 1, x = 0$ B. $f(x) = x^2 - 1, x = 1$ C. $f(x) = x^3 - 6x, x = \sqrt{2}$ D. $f(x) = \sin(x), x = \pi/2$ E. $f(x) = x^3/3 - x^2, x = 2$

Resposta: B

Explicação: Uma função diz-se ter tangente horizontal num ponto de abcissa x_0 se $f'(x_0) = 0$. Então facilmente nota-se que se $f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x$ então $f'(1) = 2 \cdot 1 = 2 \neq 0$. Logo $f(x) = x^2 - 1$ não possui tangente horizontal em $x = 1$. O que corresponde a alínea acima indicada.

36. Considere a imagem abaixo:

A figura representa uma parte do gráfico de f' . Seja $a \in \mathbb{R}^+$, tal que $f'(a) = 0$. Qual das afirmações é verdadeira:



A. A função f tem um mínimo para $x = 0$.
 B. A função f tem um ponto de inflexão para $x = 0$.
 C. A função f não apresenta extremos.
 D. A função f é crescente em $]0, a[$.
 E. A função f é decrescente em \mathbb{R} .

Resposta: D

Explicação: Notemo que em $]0, a[$ a recta f' está acima do eixo x ou seja $\forall x \in]0, a[, f'(x) > 0$. Então se a derivada é positiva nesse intervalo, logo a função original é crescente no mesmo intervalo. O que corresponde a alínea acima indicada.

37. Seja $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ a função polinomial de domínio \mathbb{R} . Indique qual das afirmações está correcta:

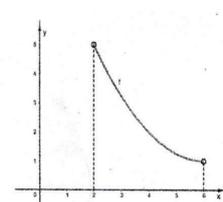
- A. $f(x)$ tem um mínimo em $x = 0$ e um máximo em $x = 2$. B. $f(x)$ tem dois máximos em $x = -4$ e $x = 3$ C. $f(x)$ é crescente em todo seu domínio D. $f(x)$ não possui extremos E. $f(x)$ é decrescente se $x < 0$ e crescente de $x > 0$.

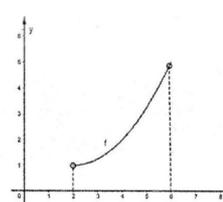
Resposta: E

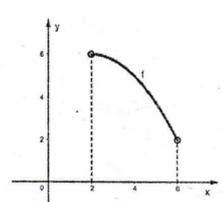
Explicação: Encontremos os pontos críticos de $f, f'(x) = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -3x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 2$. Candidatos a máximos e mínimos são $x = 0, 2$. Avaliamos o crescimento e o decrescimento de f . Seja $x < 0$, claramente que $f'(x) < 0$ e para $x > 0, f'(x) > 0$. Então f é decrescente para $x < 0$ e crescente para $x > 0$. O que corresponde a alínea acima indicada.

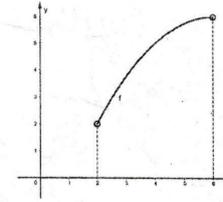
38. Visualize a figura abaixo

Seja f uma função definida em $]2, 6[$. A função tem primeira e segunda derivadas finitas e $f'(x) > 0, f''(x) \leq 0, \forall x \in]2, 6[$. Qual dos gráficos representa a função?

A. 

B. 

C. 

D. 

E. Nenhuma das opções anteriores.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

Resposta: D

Explicação: Se $f'(x) > 0$ ($\forall x \in]2, 6[$) então $f(x)$ é crescente no mesmo intervalo. E se $f''(x) < 0$ ($\forall x \in]2, 6[$) significa que $f(x)$ tem concavidade voltada para baixo no mesmo intervalo. O que corresponde a alínea acima indicada.

39. Seja k Um número real é $z = (k - i)(3 - 2i)$ um número complexo. Qual o valor de k para que a parte real de z seja 0?

A. $3/2$ B. $-2/3$ C. $2/3$ D. $-3/2$ E. 0

Resposta: A

Explicação: $z = (k - i)(3 - 2i) = 3k - 2ki - 3i + 2i^2 = (3k - 2) - (2k + 3)i$. Queremos que $Re(z) = 3k - 2 = 0 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$. O que corresponde a alínea acima indicada.

40. Uma das funções que cumpre com a Condição $f'(x) = 4x^3 + x^2$

A. $f(x) = x^4 + x^3$ B. $f(x) = x^4 + \frac{1}{3}x^3$ C. $f(x) = x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 3$ D.

$f(x) = 4x^4 + x^3 + 4$ E. $f(x) = -x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 4$

Resposta: B

Explicação: Fica ao cargo do leitor entender como descobrir.

FILOSCHOOOL

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395