Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Guião de correcção do exame de Matemática UJC 2025

1. **Resposta:** B $b = \frac{2}{3}k$
   Explicação: Sabendo que $b = \sqrt{a}$
   $$\frac{4k^2}{9} = a$$
   Substiuindo no b:
   $$b = \sqrt{\frac{4k^2}{9}}$$
   $$b = \frac{2}{3}k$$

2. **Resposta:** A $160x + 840$
   O valor fixo por semana é 1000 pagos ao gerente, enquanto a cada dois dias trabalhado os diaristas ganham 80 cadaa, ou seja 160 por semana para cada. Sendo x funcionários, $x - 1$ o número de diaristas e y a despesa com oa empregados, temos:
   $$y = 1000 + (x - 1)160$$
   $$y = 1000 + 160x - 160$$
   $$y = 840 + 160x$$

3. **Resposta:** D 48
   Sejam x e y os números de alunos que compraram apenas um bilhete e três bilhetes respectivamente, então o número total de bilhetes vendidos é:
   $$x + 2 \cdot 45 + 3 \cdot y$$
   O número de total de alunos do colégio é:
   $$x + 45 + y + 80$$
   Do ennciado tem se que:
   $$x + 2 \cdot 45 + 3 \cdot y = (x + 45 + y + 80) + 33 \tag{1}$$
   $$90 + 3y = y + 158$$
   $$y = 34$$
   $$x = 0,2 \cdot (x + 2 \cdot 45 + 3 \cdot y) \tag{2}$$

Substituindo (1) em (2) obtém-se:

$$x = \frac{1}{5} \cdot (x + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 34)$$
$$5x = x + 192$$
$$x = 48$$

4. **Resposta:** A $\log_2 3$
   Explicação:

$$\log_2 (12 - 2^x) = 2x$$
$$12 - 2^x = 2^{2x}$$
$$12 - 2^x = (2^x)^2$$
$$(2^x)^2 + 2^x - 12 = 0$$

Seja $2^x = y$

$$y^2 + y - 12 = 0$$
$$y = -4 \ \vee \ y = 3$$

Voltando para x

$$2^x = -4 \ \vee \ 2^x = 3$$
$$x = \log_2 -4 \text{ (N.T.S)} \quad \vee \ x = \log_2 3$$

5. **Resposta:** C b
   Explicação: Sendo $M = a + \dfrac{b-a}{1+ab}$ e $N = 1 - \dfrac{ab - a^2}{1+ab}$ com $ab \neq -1$

$$\frac{M}{N} = \frac{a + \dfrac{b-a}{1+ab}}{1 - \dfrac{ab-a^2}{1+ab}}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{\dfrac{a(1+ab) + b - a}{1+ab}}{\dfrac{1 + ab - (ab - a^2)}{1+ab}}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{\dfrac{a + a^2b + b - a}{1+ab}}{\dfrac{1 + ab - ab + a^2}{1+ab}}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{\dfrac{\cancel{a} + a^2b + b \cancel{- a}}{1+ab}}{\dfrac{1 \cancel{+ ab} \cancel{- ab} + a^2}{1+ab}}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{\dfrac{a^2b + b}{1+ab}}{\dfrac{1 + a^2}{1+ab}}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{a^2b + b}{\cancel{1+ab}} \cdot \frac{\cancel{1+ab}}{1+a^2}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{b + a^2b}{1+a^2}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{b\cancel{(1+a^2)}}{\cancel{1+a^2}}$$

$$\frac{M}{N} = b$$

6. **Resposta:** D $9cm$
Explicação: A razão entre os perímetros dos retângulos A e B é dada por:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{3}{5}$$

Sabemos que o perimetro é dado pela soma dos lados do poligono é no caso do rectângulo é dado por:

$$P = 2(C + L)$$

Substituindo na expressão de razão:

$$\frac{2(C_A + L_A)}{2(C_B + L_B)} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{C_A + L_A}{C_B + L_B} = \frac{3}{5}$$

Substituindo os valores dados:

$$\frac{(10 + 5)}{(16 + L_B)} = \frac{3}{5}$$

$$16 + L_B = \frac{5 \cdot 15}{3}$$

$$L_B = 25 - 16$$

$$L_B = 9$$

7. **Resposta:** C $2h$

8. **Resposta:** D $k = -5$
Explicação: Aplicamos o teorema de resto. Onde o nosso quociente $Q(x) = 2x + 1$, onde $Q(x)$ tem ser igual a zero isto é $2x + 1 = 0 \implies x = -\frac{1}{2}$ e o nosso resto $R(x)$ é dado por $P\left(-\frac{1}{2}\right)$ onde P é o nosso polinomio dividendo assim:

$$P\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + k\left(a\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 2$$

Mas para que resto seja igual à $-\frac{11}{8}$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + k\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = -\frac{11}{8}$$

$$k = -5$$

9. **Resposta:** D 2
Explicação: Para achar os valores a_{22} e a_{34} temos as condições, $a_{ij} = i + j$, se $i = j$ ou seja a linha for igual a coluna, então podemos usae essa condição para achar o termo a_{22} que sera $a_{22} = 2+2 = 4$ e temos a condição $a_{ij} = 2i - 2j$, se $i \neq j$ ou seja a linha for diferente da coluna, então podemos usae essa condição para achar o termo a_{34} que sera $a_{34} = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 6 - 8 = -2$ então a soma $a_{22+}a_{34} = 4 + (-2) = 2$

10. **Resposta:** D $]-2, 1[$
Explicação: Temos uma expressão irracional fracionaria e logaritmica. Para dominio teremos:

$$\sqrt{-x+1} \neq 0 \ \wedge \ -x + 1 \geq 0 \ \wedge \ x + 2 > 0$$

$$x \neq 1 \ \wedge \ x \leq 1 \ \wedge \ x > -2$$

O Dominio é a intercepção dos intervalos ou seja:

$$x \in]-2, 1[$$

11. **Resposta:** A $T + \frac{1}{2}Q$
Sendo Q a área do quadrado e T a do triângulo, pode facilmente visualizar que em cada quadrado a area sombreada é de $\frac{1}{4}$ e no em cada triângulo sendo equilátero é de $\frac{1}{3}$.Sendo que temos 2 quadrados e três triângulos a área do pentagono pode ser dada como:

$$A = \frac{1}{4}Q + \frac{1}{4}Q + \frac{1}{3}T + \frac{1}{3}T + \frac{1}{3}T$$
$$A = \frac{2}{4}Q + \frac{3}{3}T$$
$$A = \frac{1}{2}Q + T$$

12. **Resposta:** A 13
Temos:

$$f(x) = 2x - 6,\ g(x) = ax + b \ e \ f[g(x)] = 12x + 8$$

Fazendo a composição:

$$f[g(x)] = 2(ax + b) - 6$$
$$f[g(x)] = 2ax + 2b - 6$$

Igualando as composicões:

$$2ax + 2b - 6 = 12x + 8$$

$$\begin{cases} 2a = 12 \\ 2b - 6 = 8 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 6 \\ b = 7 \end{cases}$$

Então: $a + b = 6 + 7 = 13$

13. **Resposta:** A $p \wedge q$
Colocando o conectivo $\wedge$ entre duas proposições p e q, obtemos uma nova proposição, p $\wedge$ q, denominada conjunção das sentenças p e q, que se lê: "e q".E a conjunção, goza da propriedade comutativa ou seja $p \wedge q \equiv q \wedge p$.

14. **Resposta:** B $q \implies \sim p$
Em lógica Matemática colocando a impicação $\implies$ entre duas proposições p e q, obtemos uma nova proposição, p $\implies$ q, que se lê: "se p, então q".

15. **Resposta:** NÃO TEM ALTERNATIVA CORRECTA
Pelo enunciado temos que:

$$\begin{cases} f(2) = 10 \\ f(-1) = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} 3 \cdot 2^2 - b \cdot 2 + c = 10 \\ 3 \cdot (-1)^2 - b \cdot (-1) + c = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} 12 - 2b + c = 10 \\ 3 + b + c = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} -2b + c = -2 \\ b + c = 0 \end{cases} \implies$$

$$\begin{cases} -2b + c = -2 \\ c = -b \end{cases} \implies \begin{cases} -2b - b = -2 \\ c = -b \end{cases} \implies \begin{cases} -3b = -2 \\ c = -b \end{cases} \implies \begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ c = -b \end{cases} \implies \begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Então, a nossa função passa a ser:

$$f(x) = 3x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

Então:

$$f(3) = 3(3)^2 - \frac{2}{3} \cdot 3 - \frac{2}{3}$$
$$f(3) = 27 - 2 - \frac{2}{3}$$
$$f(3) = 25 - \frac{2}{3}$$

$$f(1) = 3(1)^2 - \frac{2}{3} \cdot (1) - \frac{2}{3}$$

$$f(1) = 3 - \frac{2}{3} \cdot - \frac{2}{3}$$

$$f(1) = 3 - \frac{4}{3}$$

$$2f(1) = 6 - \frac{8}{3}$$

Logo:

$$f(3) + 2f(1) = 25 - \frac{2}{3} + 6 - \frac{8}{3}$$

$$f(3) + 2f(1) = 31 - \frac{10}{3}$$

$$f(3) + 2f(1) = \frac{83}{3}$$

16. **Resposta:** D 42
Pela PA, os termos que formam uma PG são a_2, a_4 e a_8. Sabemos que numa P.A o termo geral é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

E os nossos termos que formam a P.G serão:

$$a_2 = 3 + (2-1)d$$

$$a_2 = 3 + d$$

$$a_4 = 3 + 3d$$

$$a_8 = 3 + 7d$$

A soma dos três termos é:

$$S = a_2 + a_4 + a_8$$

$$S = (3+d) + (3+3d) + (3+7d)$$

$$S = 9 + 11d$$

Para achar a razão usamos a média geometrica:

$$a_4^2 = a_2 \cdot a_8$$

$$(3+3d)^{=}(3+d)(3+7d)$$

$$9 + 18d + 9d^2 = 9 + 30d + 7d^2$$

$$2d^2 = 6d$$

$$d = \frac{6d}{2d}$$

$$d = 3$$

Substituindo na equação da soma teremos:

$$S = 9 + 11d$$

$$S = 9 + 11 \cdot 3$$

$$S = 9 + 33$$

$$S = 42$$

17. **Resposta:** D 15
Primeiro achar a equação que passa pelos dois pontos, para isso podemos usar a formula da equação da recta:

$$y = ax + b$$

Substituindo os pontos fornecidos, teremos:
$\begin{cases} 5 = 2a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases} \implies \begin{cases} 5 = 2a + b \\ -3a = b \end{cases} \implies \begin{cases} 5 = 2a - 3a \\ -3a = b \end{cases} \implies \begin{cases} 5 = -a \\ -3a = b \end{cases} \implies \begin{cases} -5 = a \\ -3a = b \end{cases} \implies$
$\begin{cases} 5 = a \\ 15 = b \end{cases}$
A nossa equação será: $y = 5x + 15$ e agora achemos a sua inversa:

$$y = 5x + 15$$

$$x = 5y + 15$$

$$x - 15 = 5y$$

$$\frac{x - 15}{5} = y$$

Agora achemos zero da inversa:

$$\frac{x - 15}{5} = 0$$

$$x - 15 = 0$$

$$x = 15$$

18. **Resposta:** B 80°
Sendo AD a bissetriz do ângulo A, divide o ângulo A em dois ângulos congruentes, chamemos esse ângulo de α quer dizer que o |agulo A $= \alpha + \alpha = 2\alpha$. Se o segmento AD é igual ao segmento BD qeur dizer que o triângulo ADB é isosceles o que quer dizer que os ângulo de base são congruente, isto é o ângulo em B também tem amplitude α. Pelo teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo teremos:

$$60^\circ + 2\alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$3\alpha = 180^\circ - 60^\circ$$

$$3\alpha = 120^\circ$$

$$\alpha = 40^\circ$$

Sabemos que A $= 2\alpha$, isto quer dizere que A $= 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$.

19. **Resposta:** C $\dfrac{x - 3}{2x}$
O maior ângulo é aquele que se opõem ao maior lado, no caso o lado oposto ao ângulo é $x + 2$. Aplicando o teorema dos cossenos, sendo α o ângulo oposto ao maior lado teremos:

$$(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2 - 2x(x + 1)\cos\alpha$$

$$(x + 2)^2 - x^2 - (x + 1)^2 = (-2x^2 - 2x)\cos\alpha$$

$$4x + 4 - x^2 - 2x - 1 = (-2x^2 - 2x)\cos\alpha$$

$$-x^2 + 2x + 3 = (-2x^2 - 2x)\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{-x^2 + 2x + 3}{-2x^2 - 2x}$$

$$\cos\alpha = \frac{-(x^2 - 2x - 3)}{-2x(x + 1)}$$

$$\cos\alpha = \frac{-(x - 3)(x + 1)}{-2x(x + 1)}$$

$$\cos\alpha = \frac{-(x - 3)\cancel{(x + 1)}}{-2x\cancel{(x + 1)}}$$

$$\cos\alpha = \frac{x - 3}{2x}$$

20. **Resposta:** C 2

$$|x^2 - x - 2| = 2x + 2$$

$$2x + 2 \geq 0$$
$$2x \geq -2$$
$$x \geq -1$$

$$|x^2 - x - 2| = 2x + 2$$
$$x^2 - x - 2 = 2x + 2 \;\vee\; x^2 - x - 2 = -(2x + 2)$$
$$x^2 - 3x - 4 = 0 \;\vee\; x^2 + x = 0$$
$$x = 4 \;\vee x = -1 \;\vee x = 0 \;\vee\; x = -1$$

Então, a soma das soluções será:

$$S = 4 - 1 - 1 + 0$$
$$S = 2$$

21. **Resposta:** D 5

O produto da equação quadrática é dado por:

$$P = \frac{c}{a}$$

Temos como $a = 6$ e $c = (p - 1)$, substituindo teremos:

$$P = \frac{(p-1)}{6}$$

Determinar o valor de p de modo que o produto seja igual a $\frac{2}{3}$:

$$\frac{(p-1)}{6} = \frac{2}{3}$$
$$p - 1 = \frac{2 \cdot 6}{3}$$
$$p - 1 = 4$$
$$p = 4 + 1$$
$$p = 5$$

22. **Resposta:**A $810x$

Para calcular o termo de um desenvolvimento podemos usar a formula:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{n-p} y^p$$

Para o nosso binomio temos $n = 5$,$x = 2x$ e $y = -3$ como queremos o quinto termo o nosso p deve ser 4. Substituindo teremos:

$$T_{4+1} = \binom{5}{4} 2x^{5-4}(-3)^4$$
$$T_5 = \frac{5!}{(5-4)!4!} 2x81$$
$$T_5 = \frac{5 \cdot 4!}{4!} 2x81$$
$$T_5 = 5 \cdot 2x81$$
$$T_5 = 10x81$$
$$T_5 = 810x$$

23. **Resposta:** C 1

$$
\begin{aligned}
&\frac{(\imath+1)^2(2\imath-1)\imath^3}{(\imath+1)(\imath-1)}+2\imath \\
&=\frac{\cancel{(\imath+1)}(\imath+1)(2\imath-1)\imath^3}{\cancel{(\imath+1)}(\imath-1)}+2\imath \\
&=\frac{(\imath+1)(2\imath-1)-\imath}{(\imath-1)}+2\imath \\
&=\frac{(\imath^2+\imath)(2\imath-1)(-1)}{(\imath-1)}+2\imath \\
&=\frac{\cancel{(-1+\imath)}(2\imath-1)(-1)}{\cancel{(\imath-1)}}+2\imath \\
&=(2\imath-1)(-1)+2\imath \\
&=-2\imath+1+2\imath \\
&=1
\end{aligned}
$$

24. **Resposta:** B $(x+1)^2+(y-2)^2=9$
A equação da circunferência é dada por:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Para o centro $C(-1,2)$ é:

$$(x+1)^2+(y-2)^2=r^2$$

Passando pelo ponto $P(-1,5)$:

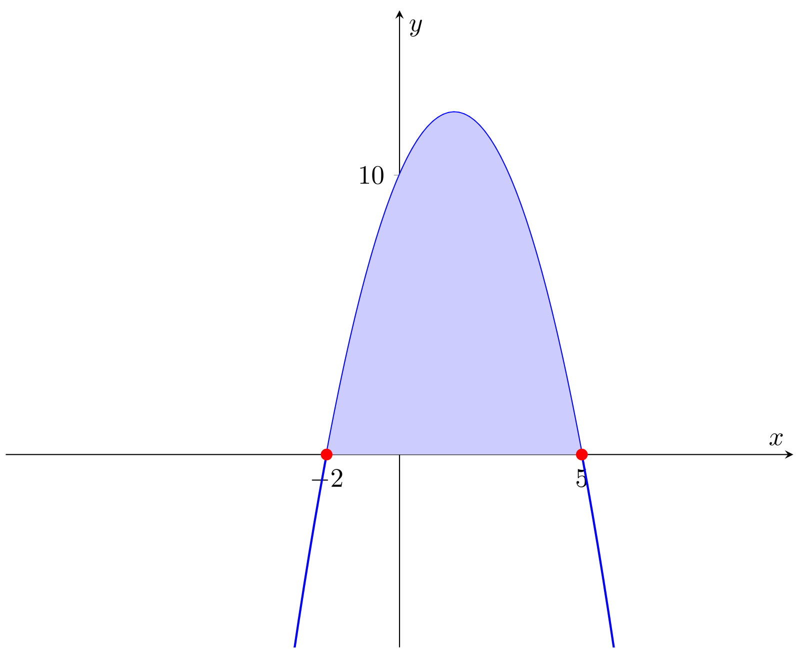
$$
\begin{aligned}
(-1+1)^2+(5-2)^2&=r^2 \\
3^2&=r^2 \\
r^2&=9
\end{aligned}
$$

Escrevendo a equação que passa por esse ponto:

$$(x+1)^2+(y-2)^2=9$$

25. **Resposta:** D $[-2;5]$

$$
\begin{aligned}
-x^2&\geq -3x-10 \\
-x^2+3x+10&\geq 0 \\
-x^2+3x+10&=0 \\
x=-2 &\vee x=5
\end{aligned}
$$



Sendo que $-x^2+3x+10 \geq 0$, então a solução será a parte positiva do gráfico, que no caso está sombreada.
Sol: $[-2;5]$

26. **Resposta:** B -12

$$4^{\sqrt{x^2+x-12}} = 1$$
$$4^{\sqrt{x^2+x-12}} = 4^0$$
$$\sqrt{x^2+x-12} = 0$$
$$x^2+x-12 = 0$$

O produto de equação quadrática é dada por:

$$P = \frac{c}{a}$$
$$P = \frac{-12}{1}$$
$$P = -12$$

27. **Resposta:** C$\forall a \in \mathbb{R}$ e $b=-1$ Para que uma função seja par é necessário que:

$$g(-x) = g(x)$$

Assim:

$$(-x)^4+(a-2)(-x)^2+(b+1)(-x)+3 = x^4+(a-2)x^2+(b+1)x+3$$
$$x^4+(a-2)x^2+(-b-1)x+3 = x^4+(a-2)x^2+(b+1)(-x)+3$$

Usando igualdade de polinomios termos: $\begin{cases} x^4 = x^4 \\ (a-2)x^2 = (a-2)x^2 \\ (-b-1)x = (b+1)x \end{cases}$
Aqui o a pode assumir qualquer valor ou seja $\forall a \in \mathbb{R}$, mas o b:

$$(-b-1)x = (b+1)x$$
$$-b-1 = b+1$$
$$-1-1 = b+b$$
$$-2 = 2b$$
$$b = -1$$

28. **Resposta:**B 26
Dados: $S_1 = 1500m = 1,5km$
$V_1 = 15km/h$
$S_2 = 3km$
$t_2 = 9min = \frac{3}{20}h$
$t_3 = 1/2h$
$V_3 = 30km/h$

$$V = \frac{S}{t}$$
$$V_1 = \frac{S_1}{t_1}$$
$$15 = \frac{1,5}{t_1}$$
$$t_1 = 0,1h$$

$$V_3 = \frac{S_3}{t_3}$$

$$30 = \frac{S_3}{1/2}$$

$$S_3 = 15km$$

A velocidade média é dada por:

$$V_m = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$V_m = \frac{1,5 + 3 + 15}{0,1 + \frac{3}{20} + \frac{1}{2}}$$

$$Vm = 26km/h$$

29. **Resposta:** C 125%
A área do circulo é dada por:

$$A = \pi r^2$$

Se o raio for aumentado 50% a expressão passa a ser: A área do circulo é dada por:

$$A' = \pi(r + 50\%r)^2$$

$$A' = \pi(r + 0,5r)^2$$

$$A' = \pi(1,5r)^2$$

$$A' = \pi 2,25r^2$$

O aumento percentual é dado por:

$$A\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \cdot 100$$

$$A\% = \frac{\pi 2,25r^2 - \pi r^2}{\pi r^2} \cdot 100$$

$$A\% = \frac{\pi 1,25r^2}{\pi r^2} \cdot 100$$

$$A\% = 1,25 \cdot 100$$

$$A\% = 125$$

30. **Resposta:** A 0

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$$

Podemos fazer a substituição de x^2 por y:

$$y^2 - 13y + 36 = 0$$

$$y = 9 \vee y = 4$$

Voltando para x:

$$x^2 = 9 \vee x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{9} \vee x = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 3 \vee x = \pm 2$$

Soma das raizes:

$$S = 3 - 3 + 2 - 2$$

$$S = 0$$

31. **Resposta:** D $=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\-1 & -2 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}-1+3\\1-3\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$$

32. **Resposta:** A $3x+4y-15$
Tendo dois pontos podemos achar a equação da recta pela expressão:

$$y=ax+b$$

Substituindo os pontos dados, obtemos um sistema de equações: $\begin{cases}a+b=3\\5a+b=0\end{cases} \implies \begin{cases}a+b=3\\b=-5a\end{cases} \implies$
$\begin{cases}a-5a=3\\b=-5a\end{cases} \implies \begin{cases}a=-\frac{3}{4}\\b=-5a\end{cases} \implies \begin{cases}a=-\frac{3}{4}\\b=\frac{15}{4}\end{cases}$
Substituindo na expressão da equação teremos:

$$y=-\frac{3}{4}x+\frac{15}{4}$$
$$y=\frac{-3x+15}{4}$$
$$4y=-3x+15$$
$$4y+3x-15=0$$

33. **Resposta:** A 1
A altura do vértice C pode ser achada usando o conceito de distância entre um ponto(que o caso é C(0,5)), e vamos usar a recta do encontrada no exercicio anterior que é $4y+3x-15=0$ e essa distancia é dada por:

$$d=\frac{Ax+Bx+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$$
$$d=\frac{4y+3x-15}{\sqrt{3^2+4^2}}$$
$$d=\frac{4\cdot5+3\cdot0-15}{\sqrt{25}}$$
$$d=\frac{20-15}{5}$$
$$d=\frac{5}{5}=1$$

34. **Resposta:** D
Explicação: Para encontrar a expressão equivalente usamos relações trigonometricas

$$\frac{\cos^2 x-\cot x}{\sin^2 x-\tan x}$$
$$=\frac{\cos^2 x-\dfrac{\cos x}{\sin x}}{\sin^2 x-\dfrac{\sin x}{\cos x}}$$
$$=\frac{\dfrac{\sin x\cos^2 x-\cos x}{\sin x}}{\dfrac{\cos x\sin^2 x-\sin x}{\cos x}}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{\sin x \cos^2 x - \cos x}{\sin x} \frac{\cos x}{\cos x \sin^2 x - \sin x} \\
&= \frac{\cos x(\sin x \cos x - 1)}{\sin x} \frac{\cos x}{\sin x(\sin x \cos x - 1)} \\
&= \frac{\cos x\cancel{(\sin x \cos x - 1)}}{\sin x} \frac{\cos x}{\sin x\cancel{(\sin x \cos x - 1)}} \\
&= \frac{\cos x}{\sin x} \frac{\cos x}{\sin x} \\
&= \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \\
&= \cot^2 x
\end{aligned}
$$

35. **Resposta:** B
    Dada a função $y = \sqrt{x}$:
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
    Sabendo que a deriva num ponto a x_0 é o declive da recta logo:
$$\frac{1}{2\sqrt{a}} = 1$$
$$2\sqrt{a} = 1$$
$$a = \frac{1}{4} = x$$
    O ponto de tangencia tem como abcissa $\frac{1}{4}$, para achar a ordenada só substituir na expressão inicial:
$$y = \sqrt{x}$$
$$y = \sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$y = \frac{1}{2}$$
    Então, o ponto de tangencia é $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ para achar o b podemos usar os ponto na equação da recta:
$$y = ax + b$$
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + b$$
$$b = \frac{1}{4}$$

36. **Resposta** A $y = \frac{3}{4}x - 3 + \ln 4$
    Sendo uma função em ramos, para achar a equação da recta tangente basta pegar no ramo onde obtem a abcissa 4, que é o ramo onde $x > 3$.

37. **Resposta:**D $]1, +\infty[$
    Sendo uma função em ramos e querem saber o sentido da concavidade, vamos pegar o ramo da função que pertence ao intervalo nesse caso $f(x = (x+1)\ln x$. Para achar o sentido da concavidade precisamos da segunda derivada, então:
$$f'(x) = [(x+1)\ln x]'$$
$$f'(x) = \ln x + 1 + \frac{1}{x}$$
$$f''(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{x-1}{x^2}$$

Para achar o ponto de inflexão basta achar o zero da segunda derivada:

$$\frac{x-1}{x^2} = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Substituindo na função $(y = x+1)\ln x$, teremos $y = 0$, então o nosso ponto de inflexão é P(1,0). Como temos a recta $y = x - 1$ está é positiva de $]1, +\infty$ o que significa que a parabola é voltada para cima nesse intervalo e é negativa $] = \infty, 1[$ o que significa que a parabola é voltada para baixo.

38. **Resposta:** NAO TEM ALTERNATIVA CORRECTA
Com base no exercicio anterior, a função tem concaviddade voltada para baixo no intervalo $-\infty, 1[$

39. **Resposta:** B, Com base no exercicio 37.

40. **Resposta:** C -1
para o calculo do limite primeiro devemos achar a função primitiva ou seja $f(x)$

$$\int \frac{2+\ln x}{x} dx$$

$$\int \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x} dx$$

$$f(x) = 2\ln x + \frac{\ln^2 x}{2} + C$$

$$f(1) = 0$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{2\ln x + \frac{\ln^2 x}{2}}{1-x^2} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Aplicando L'hospital

$$\lim_{x\to 1} \frac{\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}}{1-2x} = -1$$

41. **Resposta:** A Máximo $= -\dfrac{1}{2e}$

42. **Resposta:** D 2
O declive assimptota obliqua é dada por:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{h(x)}{x}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{g(x) + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}}{x}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\cancelto{0}{g(x)} + 2x - \cancelto{0}{\frac{1}{\sqrt{x}}}}{x}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x}{x}$$

$$= 2$$

43. **Resposta:** A 14
Para que uma função seja contínua num os limites laterais devem ser iguais ou seja o limite da função do ponto deve existir e deve ser ihual a função no ponto. No nosso caso:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = A = \lim_{x\to 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x\to 2^+} x^3 - x^2 + x - 1 = A = \lim_{x\to 2^+} B - x^2$$

$$2^3 - 2^2 + 2 = A = B - 2^2$$

$$5 = A = B - 4$$

$\begin{cases} A = 5 \\ B - 4 = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} A = 5 \\ B = 9 \end{cases}$

$A + B = 5 + 9 = 14$

44. **Resposta:** D $x \in]\infty, 0] \cup [3, +\infty[$

45. **Resposta:** C. C
Explicação: A distância entre dois pontos é dada por:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sendo um dos pontos a origem podemos reescrever a equação:

$$d_{AB} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Para o ponto A:

$$d = \sqrt{(-2)^2 + (5)^2}$$

$$d = \sqrt{29}$$

Para o ponto B:

$$d = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2}$$

$$d = \sqrt{37}$$

Para o ponto C, que é o ponto médio:

$$d = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2}$$

$$d = \sqrt{20}$$

Logo, o ponto mais próximo é o C.

46. **Resposta:** B $9cm^2$
Explicação: A área do triâgulo é dada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{2OB \cdot CD}{2}$$

Onde OB e CD são raios da circunferência. Assim podemos reescrever a equação:

$$A = \frac{2r \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{2r^2}{2}$$

$$A = r^2$$

Agora podemos achar o raio tendo em conta o perimetro

$$P = 18,84$$

$$P = 2\pi r$$
$$r = \frac{P}{2\pi}$$
$$r = \frac{18,84}{2 \cdot 3,14}$$
$$r = 3$$

Substituindo na equação da área:

$$A = 3^2$$
$$A = 9cm^2$$

47. **Resposta:** A $\frac{3}{2}$

$$\frac{DB}{DA} = \frac{1}{3}$$

$$DB = \frac{DA}{3}$$
$$DB + DA = 6$$
$$DB + 3DB = 6$$
$$4DB = 6$$
$$DB = \frac{6}{4}$$
$$DB = \frac{3}{2}$$

48. **Resposta:** A $3x + \ln|x| + C$

$$\int \frac{3x+1}{x} dx$$
$$= \int \frac{3x}{x} + \frac{1}{x} dx$$
$$= \int 3 + \frac{1}{x} dx$$
$$= \int 3dx + \int \frac{1}{x} dx$$
$$= 3x + \ln|x| + C$$

49. **Resposta:** A 10 km
Aplicamos o teorema de pitadoras onde a distância é a hipotenusa, pois ele forma um triângulo rectaângulo no seu percurso:

$$d^2 = 6^2 + 8^2$$
$$d = \sqrt{36 + 64}$$
$$d = \sqrt{100}$$
$$d = 10$$

50. . **Resposta:**D 7
Em vectores temos que:

$$\overrightarrow{AB} = B - A$$

Assim:

$$\overrightarrow{AB} = (4, 7, 2\sqrt{6}) - (1, 3, 0)$$
$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1, 7 - 3, 2\sqrt{6} - 0)$$
$$\overrightarrow{AB} = (3, 4, 2\sqrt{6})$$

O módulo ou a norma do vector:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (2\sqrt{6})^2}$$
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9 + 16 + 4 \cdot 6}$$
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{49}$$
$$|\overrightarrow{AB}| = 7$$

51. **Resposta:** D

$$\sqrt{4-3x} \geq \sqrt{7x+2}$$

Dominio

$$4 - 3x \geq 0 \wedge 7x + 2 \geq 0$$
$$x \leq \frac{4}{3} \wedge x \geq -\frac{2}{7}$$

Resolvendo a inequação:

$$(\sqrt{4-3x})^2 \geq (\sqrt{7x+2})^2$$
$$4 - 3x \geq 7x + 2$$
$$x \geq \frac{1}{5}$$

Fazendo interceção com o dominio:

$$x \in \left[\frac{1}{5}, \frac{4}{3}\right]$$

52. **Resposta** A
Para achar o número de jogos usamos combinação de 20 pessoas tomadas 2 a 2 pois o jogo de xadrez é jogado por dois.

$$m\binom{20}{2} = \frac{20!}{(20-2)!2!}$$
$$m = \binom{20}{2} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18!2!}$$
$$m = \binom{20}{2} = 180$$

E para achar a probabilidade de um ganhar(casos favoraveis) entre os 20 (casos possiveis):

$$p = \frac{1}{20}$$

53. **Resposta:** C, uma função diz se ímpar se for simétrica em relação à origem e não ao eixo das abcissas.

54. **Resposta:** C 9

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(9n^3 + 2n + 1)^4}{(3n^2 + 7)^6}$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(9n^3)^4}{(3n^2)^6}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{9^4(n^3)^4}{3^6(n^2)^6}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{9^4 n^1 2}{3^6 n^1 2}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{9^4}{3^6}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9}{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9}{9 \cdot 9 \cdot 9}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{9 \cdot 9 \cdot 9} \cdot 9}{\cancel{9 \cdot 9 \cdot 9}}$$
$$= \lim_{n\to\infty} 9$$
$$= 9$$

55. **Resposta:** $S = 2 - 2^{-100}$

Temos que $f(x) = 2^{-x} = \frac{1}{2^x}$, e queremos a soma $S = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(100)$. Podemos achar os termos que se estão a somar:

$$f(0) = \frac{1}{2^0} = 1$$
$$f(1) = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$
$$f(2) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$
$$f(2) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Podemos ver que os termos estão a formar uma P.G, onde $a_1 = 1$, e $q = \frac{1}{2}$. Podemos assim determinar a soma com a formula:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

O número de termos da P.G será igual a 101, pois queremos somar resultado das funções partindo de $x = 0$ até $x = 100$.

$$S_{101} = 1 \frac{1 - (\frac{1}{2})^{101}}{1 - \frac{1}{2}}$$
$$S_{101} = \frac{1 - (2^{-101})}{\frac{1}{2}}$$
$$S_{101} = 2[1 - (2^{-101})]$$
$$S_{101} = 2 - (2 \cdot 2^{-101})$$
$$S_{101} = 2 - 2^{-100}$$

56. **Resposta:** D $\frac{2x - 1}{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}$

$$y = \frac{2x + 1}{\sqrt{x}}$$

Aplicando a regra de derivada de quociente:

$$y' = \frac{(2x + 1)'\sqrt{x} - (2x + 1)(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}$$
$$y' = \frac{2\sqrt{x} - (2x + 1)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}$$
$$y' = \frac{\frac{2\sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x} - (2x + 1)}{2\sqrt{x}}}{x}$$
$$y' = \frac{4(\sqrt{x})^2 - (2x + 1)}{2x\sqrt{x}}$$
$$y' = \frac{4x - 2x - 1}{2x\sqrt{x}}$$
$$y' = \frac{2x - 1}{2x\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{2x-1}{2x \cdot x^{\frac{1}{2}}}$$
$$y' = \frac{2x-1}{2 \cdot x^{1+\frac{1}{2}}}$$
$$y' = \frac{2x-1}{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}$$

57. **Resposta:** D $x^4 + \frac{x^3}{3} + 4$
Sabemos que $f'(x) = 4x^3 + x^2$, então para encontrar a função que satisfaz a derivada podemos achar a primitiva:

$$\int 4x^3 + x^2 dx$$
$$= \int 4x^3 dx + \int x^2 dx$$
$$4 \int x^3 dx + \int x^2 dx$$
$$= 4\frac{x^{3+1}}{3+1} + \frac{x^{2+1}}{2+1} + C$$
$$= 4\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$$
$$= x^4 + \frac{x^3}{3} + C$$

58. **Resposta:** A

$$\int 4 \sin(2x)$$
$$= 4 \int \sin(2x)$$

Seja $u = 2x$, $\frac{du}{dx} = 2$, $dx = \frac{du}{2}$

$$= 4 \int \sin(u) \frac{du}{2}$$
$$= \frac{4}{2} \int \sin(u) du$$
$$= 2 \int \sin(u) du$$
$$= -2\cos(u) + C$$
$$= -2\cos(2x) + C$$

59. **Resposta:** C $t \in]1, 0]$

60. **Resposta:** NENHUMA ALTERNATIVA CORRECTA
$\left(a^{\frac{1}{6}}+1\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{6}}+1\right)$ Aplicando o Produto de Stiven:

$$(a+1)(b+1)(c+1) = 1 + a + b + c + ab + ac + bc + abc$$

Sendo $a = a^{\frac{1}{6}}$, $b = a^{\frac{1}{2}}$ e $c = a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{6}}$
$\left(a^{\frac{1}{6}}+1\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}+1\right) = 1+a^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{2}}+\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}\right)+a^{\frac{1}{6}}\cdot a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{6}}\cdot\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}\right)+a^{\frac{1}{2}}\cdot\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}\right)+$
$a^{\frac{1}{6}}\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot\left(a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{6}}\right)$

$$= 1 + a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{5}{6}} - a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{2}{3}} + a - a^{\frac{5}{6}}$$
$$= 1 + a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} + a$$
$$= 1 + 2a^{\frac{1}{2}} + a$$
$$= 1 + 2\sqrt{a} + a$$