



FILOSCCHOOL

## MATEMÁTICA 1-UEM(2022)

1. O valor de  $|\sqrt{5} + 2|$  corresponde ao seguinte opção:

- A.  $\sqrt{5} + 2$  B.  $\sqrt{7}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\sqrt{5} - 2$  E.  $|\sqrt{5}| + |2|$

**Resposta:** D

**Explicação:** Vejamos que  $\sqrt{4} < \sqrt{5} \implies -\sqrt{5} + 2 < 0$  logo pela definição do módulo  $|\sqrt{5} + 2| = -(-\sqrt{5} + 2) = \sqrt{5} - 2$ .

2. Qual é a solução da equação  $|\frac{4}{x-1}| = 2$ ?

- A.  $-4$  B.  $2$  C.  $3$  e  $-5$  D.  $-1$  e  $3$  E.  $4$

**Resposta:** D

**Explicação:** Resolva-se a equação.

$$\left| \frac{4}{x-1} \right| = 2 \implies \frac{4}{x-1} = 2 \vee \frac{4}{x-1} = -2 \implies x-1 = \frac{4}{2} = 2 \vee x-1 = -\frac{4}{2} = -2$$

Pelo que

$$x = 2 + 1 = 3 \vee x = -2 + 1 = -1$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

3. Qual é o conjunto que representa a solução de  $|x - 2| \geq 3$ ?

- A.  $x \leq -1 \vee x \geq 5$  B.  $x = 5$  C.  $x \leq -5 \vee x \geq 1$  D.  $-5 \leq x \leq 5$  E.  $-1 \leq x \leq 5$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

**Resposta:** A

**Explicação:** Sabe-se que  $x - 2 \geq 3 \vee x - 2 < -3 \implies x \geq 5 \vee x = -1$  O que corresponde a alínea acima indicada.

4. Tendo em conta a relação  $-|x| < x$ , é correto afirmar que:

- A.  $\mathbb{R}$                       B.  $x = 0$                       C.  $x \leq 0$                       D.  $x \geq 0$                       E.  $\emptyset$

**Resposta:** D

**Explicação:** Temos que  $-|x| < x \implies |x| > -x$  evidentemente que  $x > 0$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

5. Qual é o conjunto de soluções da inequação  $|x|^2 - 4|x| + 3 \leq 0$ ?

- A.  $\{1, 3\}$                       B.  $[-3, -1] \cup [1, 3]$                       C.  $[1, 3]$                       D.  $] - \infty, -1] \cup [3, +\infty[$                       E.  $[-1, 3]$

**Resposta:** B

**Explicação:** Primeiro suponha-se que  $|x| = k$  então ficamos com  $k^2 - 4k + 3 \leq 0 \implies (k-1)(k-3) \leq 0$ .

$$\iff \begin{cases} k-1 \geq 0 \\ k-3 \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} k-1 \leq 0 \\ k-3 \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} k \geq 1 \\ k \leq 3 \end{cases} \vee \begin{cases} k \leq 1 \\ k \geq 3 \end{cases} \implies 1 \leq k \leq 3 \vee (k \leq 1 \wedge k \geq 3)$$

Esta evidente que não existe  $k \in \mathbb{R}$  tal que  $k \leq 1$  e  $k \geq 3$ . Então

$$1 \leq k \leq 3 \vee \emptyset \implies 1 \leq k \leq 3$$

Lembre que  $k = |x|$ , então

$$1 \leq |x| \leq 3 \implies \begin{cases} |x| \leq 3 \\ |x| \geq 1 \end{cases} \implies \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x \geq 1 \vee x \leq -1 \end{cases} \implies -3 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 3 \iff x \in [-3, -1] \cup [1, 3]$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

6. Um jogador utiliza um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. A probabilidade de obter 4 das faces é dada pela tabela abaixo. Qual é a probabilidade de obter um número par?

Face	1	2	3	4	5	6
Prob.	0.1	?	0.1	0.15	0.15	?

- A. 1                      B.  $3/10$                       C. 0.35                      D.  $1/2$                       E. 0.65

**Resposta:** E

**Explicação:** Sabemos que o somatório das probabilidades deverá nos dar 1, então

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1 \implies 0.1 + P_2 + 0.1 + 0.15 + 0.15 + P_6 = 1 \implies P_2 + P_6 = 1 - 0.5 = 0.5$$

O nosso objectivo é encontrar a probabilidade um número par, será assim a soma das probabilidades dos números pares, ou seja

$$P_{\text{Obter par}} = P_2 + P_4 + P_6 = P_4 + \underbrace{P_2 + P_6}_{0.5} = 0.15 + 0.5 = 0.65$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

7. A Inocência seleciona aleatoriamente uma variante de um trabalho individual a partir de 40 variantes diferentes, numeradas de 1 a 40. Qual é a probabilidade de o número da variante da Inocência ser ímpar e menor que 12?

A.  $1/8$       B.  $11/40$       C.  $3/20$       D.  $1/4$       E.  $3/10$

**Resposta:** C

**Explicação:** Sabemos que  $P = \frac{\text{n.o de casos favoráveis}}{\text{n.o casos possíveis}}$ . Conjunto de números ímpares e menos que 12:  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ , logo

$$P = \frac{\#\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}}{\#\{1, 2, 3, 4, \dots, 39, 40\}} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

8. Quantos jogos  $m$  de um campeonato de xadrez devem ser realizados num torneio com 20 pessoas e qual é a probabilidade  $p$  de uma pessoa ser a vencedora dessa prova?

A.  $m = 10, p = 1/10$       B.  $m = 190, p = 1/20$       C.  $m = 400, p = 1/40$       D.

$m = 200, p = 1/20$       E.  $m = 120, p = 1/40$

**Resposta:** B

**Explicação:** Note que se formar um par de jogadores, ao mudar a ordem de escolha dos mesmos não altera o par, então estamos diante de uma combinação  $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . Então

$$m = C_2^{20} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{2 \cdot 18!} = 10 \cdot 19 = 190 \text{ Jogos}$$

A probabilidade  $P$  de uma pessoa ser vencedora

$$P = \frac{1}{20}$$

9. Os 18 participantes de uma festa são divididos em 2 grupos de 11 e 7 pessoas. O número de modos desta divisão é:

A.  $\frac{18!}{7!11!}$       B.  $\frac{18}{7!} + \frac{18!}{11!}$       C.  $\frac{18!18!}{7!11!}$

$11!7!2!$       E.  $\frac{18!}{7!11!} \times 7$

**Resposta:** A

**Explicação:** Temos no total  $n = 18$  pessoas, no primeiro grupo podemos ter que  $C_{11}^{18} = \frac{18!}{11!(18-11)!} = \frac{18!}{7! \cdot 11!}$  e para o segundo podemos ter  $C_7^7 = 1$ . Como isso deve ocorrer ao mesmo tempo vamos ter

$$C_{11}^{18} \cdot C_7^7 = \frac{18!}{7!11!} \cdot 1 = \frac{18!}{7!11!}$$

10. A família do Carlos é formada por 5 pessoas: ele, a sua esposa e 3 filhos. Indique o número de possibilidades dos membros da família se organizarem para tirar uma foto, sendo que o Carlos e a esposa pretendem ficar lado a lado.

A. 120      B. 15      C. 98      D. 24      E. 48

**Resposta:** E

**Explicação:** Pelo princípio fundamental da contagem

$$x = 4! \cdot 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \text{ Possibilidades}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

O que corresponde a alínea acima indicada.

11. O coeficiente de  $x^2$  no desenvolvimento do binômio  $(2x - 3)^4$  é igual a:  
A. 1080      B. 540      C. -10      D. -540      E. -1080

**Resposta:**

**Explicação:** Fórmula do termo geral para  $(a + b)^n$  é  $T_{p+1} = C_p^n \cdot a^{n-p} \cdot b^p$ , logo

$$T_{p+1} = C_p^5 \cdot (2x)^{5-p} \cdot (-3)^p = C_p^4 \cdot 2^{5-p} \cdot (-3)^p \cdot x^{5-p}$$

Queremos que  $x^2 = x^{5-p} \implies 2 = 5 - p \implies p = 5 - 2 = 3$ , logo

$$T_{3+1} = C_3^5 2^2 \cdot (-3)^3 \cdot x^2 = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot 4 \cdot (-27) \cdot x^2 = -1080x^2$$

Logo o coeficiente de  $x^2$  é  $-1080$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

12. A soma dos três primeiros elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 121. Qual é o terceiro elemento da linha seguinte?

A. 3      B. 84      C. 120      D. 124      E. 232

**Resposta:** C

**Explicação:** O Triângulo de Pascal é uma forma de representar os coeficientes binomial  $\binom{n}{k}$ , onde  $n$  representa o número da linha e  $k$  o número da posição na linha. É dado que a soma dos três primeiros elementos de uma linha do Triângulo de Pascal é 121. Se a linha em questão for a linha  $n$ , os três primeiros elementos dessa linha são

$$\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n \text{ e } \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

A soma desses três elementos é dada por:

$$1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 121 \implies 2 + 2n + n^2 - n = 242 \iff n^2 + n - 240 = 0$$

Resolvendo a equação acima encontramos  $n = -16$  e  $n = 15$ . Mas sabe-se que  $n \in \mathbb{N}$ , então  $n = 15$ . Agora que  $n = 15$ , a linha seguinte é a linha  $n + 1 = 16$ . O terceiro elemento da linha 16 é

$$\binom{16}{2} = 120$$

13. Qual dos seguintes conjuntos descreve o domínio da função real de variável real  $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{(2x-5)^2}$ ?

A.  $] - 5/2; 5/2[$       B.  $] - \infty, 4]$       C.  $] - \infty, 5/2[ \cup ] 5/2, 4]$       D.  $\mathbb{R} \setminus \{-5/2\}$

E.  $\mathbb{R} \setminus \{5/2, 4\}$

**Resposta:** C

**Explicação:** O domínio da função  $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 4-x \geq 0 \wedge (2x-5)^2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4 \wedge x \neq \frac{5}{2}\}$  o que é equivalente escrever  $D_f = ] - \infty, 5/2[ \cup ] 5/2, 4]$ .

14. Sejam  $f(x)$  e  $g(x)$  duas funções reais de variável real tais que  $f(-x) = -f(x)$  e  $g(-x) = g(x)$ . Indique a opção **errada**.

A.  $f(0) = 0$       B.  $f(x)$  é ímpar.      C.  $g(x)$  é par.      D. O gráfico de  $f(x)$  é simétrico em relação

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

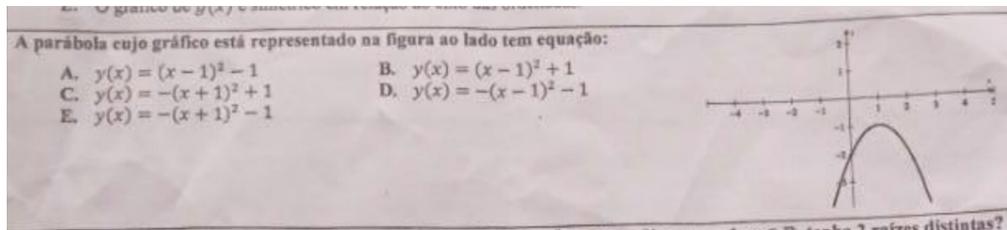
ao eixo das abscissas.

**E.** O gráfico de  $g(x)$  é simétrico em relação ao eixo das ordenadas.

**Resposta:** D

**Explicação:** O gráfico de  $f(x)$  é simétrico em relação ao eixo das abscissas (Errada, pois o gráfico de uma função ímpar não é simétrico em relação ao eixo das abscissas, mas sim em relação à origem).

15. Veja a imagem abaixo:



**Resposta:** D

**Explicação:** Através do gráfico conseguimos ver que  $X_v = 1$  e  $Y_v = -1$  e temos ordenada na origem sendo  $y = -2$ . Donde

$$y = a(x - X_v)^2 + Y_v = a(x - 1)^2 - 1$$

Vamos usar a ordenada na origem para achar o valor de  $a$

$$-2 = a(0 - 1)^2 - 1 \implies a = -2 + 1 = -1$$

Daí que  $y = -(x - 1)^2 - 1$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

16. Quais os valores que  $a$  deve assumir para que a função  $f(x) = ax^2 - (2a - 2)x + a - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , tenha 2 raízes distintas?

**A.**  $a < 1$

**B.**  $a > 0$

**C.**  $0 < a < 1$

**D.**  $a > 1/4$

**E.**  $a = 1$

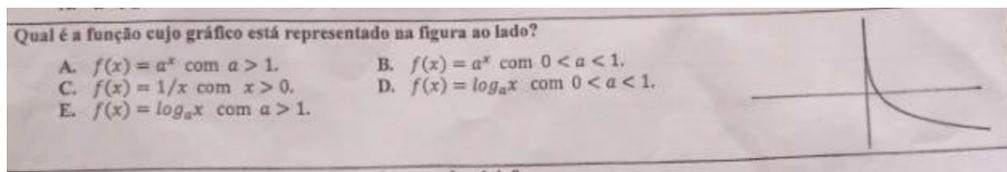
**Resposta:** A

**Explicação:** Uma função quadratic admite raízes reais se o discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ . Então

$$\Delta = [-(2a-2)]^2 - 4 \cdot a \cdot (a-1) = (a-1)[4(a-1) - 4a] > 0 \iff (a-1)(4a-4-4a) > 0 \implies a-1 < 0 \implies a < 1$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

17. Veja a imagem abaixo:



**Resposta:** D

**Explicação:** Ao lado temos uma função logaritmica decrescente. O que corresponde a alínea acima indicada.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

18. Qual das seguintes funções é crescente em todo o seu domínio?

- A.  $f(x) = (x - \pi)$     B.  $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$     C.  $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$     D.  $f(x) = -\log_{10}(x - 5)$     E.  $f(x) = e^{\ln(x+2)}$

**Resposta:** E

**Explicação:** Vejamos que  $f(x) = e^{\ln(x+2)} = x + 2$  o que representa uma recta crescente. O que corresponde a alínea acima indicada.

19. Considere as seguintes sucessões:

$$u_n = 2 - \frac{n-1}{10}, v_n = -4n^2 + 9, w_n = \frac{1}{2n}. \text{ Quais das sucessões são crescentes?}$$

- A.  $u_n$  e  $v_n$     B.  $u_n$  e  $w_n$     C.  $v_n$  e  $w_n$     D.  $u_n, v_n$  é  $w_n$     E. Nenhuma.

**Resposta:** E

**Explicação:** Um sucessão  $u_n$  diz-se monótona crescente se  $u_{n+1} - u_n > 0$  for all  $n \in \mathbb{N}$ . Então

$$\begin{cases} u_{n+1} - u_n = 2 - \frac{n+1-1}{10} - \left(2 - \frac{n-1}{10}\right) = -\frac{n}{10} + \frac{n-1}{10} = -\frac{1}{10} < 0 \\ v_{n+1} - v_n = -4(n+1)^2 + 9 - (-4n^2 + 9) = -4n^2 - 8n - 4 + 9 + 4n^2 - 9 = -8n - 4 < 0 \\ w_{n+1} - w_n = \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{2} \left(\frac{n - (n+1)}{n(n+1)}\right) = -\frac{1}{2n(n+1)} < 0 \end{cases}$$

Logo nenhuma das sucessões é crescente.

20. Os três primeiros termos de uma progressão aritmética são  $a_1 = 1 + x, a_2 = 6x, a_3 = 2x^2 + 4$ . Determine os seus valores.

- A.  $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 7$   
B.  $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = 3, a_3 = \frac{9}{2}$  ou  $a_1 = 6, a_2 = 30, a_3 = 54$   
C.  $a_1 = \frac{6}{5}, a_2 = \frac{36}{25}, a_3 = \frac{216}{125}$   
D.  $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{3}{2}$   
E.  $a_1 = -1, a_2 = -12, a_3 = -23$  ou  $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = 9, \frac{13}{9}$

**Resposta:** B

**Explicação:** Uma sequência  $a_n$  é P.A se  $d = a_{n+1} - a_n$  então

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1 \implies 2x^2 + 4 - 6x = 6x - (1 + x) \implies 2x^2 - 6x - 5x + 4 + 1 = 0 \implies 2x^2 - 11x + 5 = 0$$

Resolvendo a equação obtemos  $x = 1/2$  ou  $x = 5$ .

Para  $x = 1/2$ :

$$a_1 = 1 + 1/2 = 3/2, a_2 = 6 \cdot 1/2 = 3, a_3 = 2(1/2)^2 + 4 = 1/2 + 4 = 9/2$$

Para  $x = 5$ :

$$a_1 = 1 + 5 = 6, a_2 = 6 \cdot 5 = 30, a_3 = 2(5)^2 + 4 = 54$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

21. Na progressão 1, 3, 9, 27, 81, ..., a soma dos  $n$  primeiros termos é 364. Qual é o valor de  $n$ ?  
**A.** 6                      **B.** 72                      **C.** 4                      **D.** 16                      **E.** 7

**Resposta:** A

**Explicação:** Claramente que estamos diante de uma P.G onde  $q = 3$ , donde  $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$ .

$$364 = \frac{1 \cdot (1 - 3^n)}{1 - 3} \implies 1 - 3^n = 364(-2) \implies 3^n = 729 = 3^6 \implies n = 6$$

22. Qual é o número de termos de uma progressão geométrica onde  $a_1 = 1/32$ ,  $a_n = 2$  e a razão  $r = 2$ ?  
**A.** 1/8                      **B.** 7                      **C.** 6                      **D.** 1/2                      **E.** 16

**Resposta:** B

**Explicação:** Sabemos que  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = (1/32) \cdot 2^{n-1}$ . Ou seja

$$2^{n-1} = 2 \cdot 32 = 2^6 \implies n - 1 = 6 \implies n = 7$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

23. Os termos de uma progressão geométrica entre  $a_1 = 36$  e  $a_7 = 4/81$  são:

- A.** 36; 12; 4;  $\frac{4}{3}; \frac{4}{9}; \frac{4}{27}; \frac{4}{81}$     **B.** 36; 12; 6;  $\frac{4}{9}; \frac{4}{18}; \frac{4}{27}; \frac{4}{81}$     **C.** 12; 4;  $\frac{4}{3}; \frac{4}{9}; \frac{4}{27}$     **D.** 36; 12; 3;  $\frac{4}{3}; \frac{4}{9}; \frac{4}{27}$   
**E.** Nenhuma das anteriores.

**Resposta:** A

**Explicação:** Queremos achar  $a_2, a_3, a_4, a_5$  e  $a_6$ . Pelo termo geral da P.G

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \implies q^{7-1} = \frac{4/81}{36} = \frac{4}{81 \cdot 36} = \frac{1}{9^2 \cdot 9} = \left(\frac{1}{9}\right)^3 \implies q = \sqrt[6]{\left(\frac{1}{9}\right)^3} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

Daí que  $a_2 = a_1 \cdot q = 36 \cdot \frac{1}{3} = 12$ ,  $a_3 = a_2 \cdot q = 12 \cdot \frac{1}{3} = 4$ ,  $a_4 = a_3 \cdot q = 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ,  $a_5 = a_4 \cdot q = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$  e por fim  $a_6 = a_5 \cdot q = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

24. Determine o  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^{90a+1}}$   $n \in \mathbb{N}$ :

- A.**  $+\infty$                       **B.** 0                      **C.** 1                      **D.**  $e^2$                       **E.**  $e$

**Resposta:** E

**Explicação:** Seja

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+1} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+2}{n+1} - 1\right) \cdot (n+1)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n+1}\right) \cdot (n+1)} = e^1 = e$$

25. Encontre o  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(9n^3 + 2n + 1)^4}{(3n^2 + 7)^6}$   $n \in \mathbb{N}$ :

- A.** 1/7                      **B.** 3                      **C.** 9                      **D.** 0                      **E.** 2/3

**Resposta:** C

**Explicação:** Seja

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(9n^3 + 2n + 1)^4}{(3n^2 + 7)^6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(9n^3)^4}{(3n^2)^6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^4 \cdot n^{12}}{3^6 \cdot n^{12}} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2 = 9$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

26. Considere a função real  $f(x) = 2^{-x}$ . O valor da expressão  $S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(100)$  é:  
**A.**  $S = 2 - 2^{-101}$       **B.**  $S = 2^{50} - 2^{-50}$       **C.**  $S = 2 + 2^{-101}$       **D.**  $S = 2 + 2^{-100}$   
**E.**  $S = 2 - 2^{-100}$

**Resposta:** E

**Explicação:** Queremos  $S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(100)$ , pela definição da função

$$S = 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-100} = \frac{1(1 - (1/2)^{101})}{1 - 1/2} = 2(1 - 2^{-101}) = 2 - 2^{-100}$$

27. Indique o valor do  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^2 - 3x + 2}$ :  
**A.** 0      **B.** 1      **C.** 2      **D.**  $-\infty$       **E.**  $+\infty$

**Resposta:** A

**Explicação:** Seja

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x-2)}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x-1} = \frac{2-2}{2-1} = 0$$

28. Calcule o limite, quando  $x \rightarrow 8$ , da função  $f(x) = \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$ :  
**A.**  $+\infty$       **B.** 12      **C.** 4      **D.** 0      **E.** -8

**Resposta:** B

**Explicação:** Queremos

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)((\sqrt[3]{x})^2 + 2\sqrt[3]{x} + 2^2)}{(\sqrt[3]{x}-2)((\sqrt[3]{x})^2 + 2\sqrt[3]{x} + 2^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(x^3 - 2^3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) \\ &= \sqrt[3]{8^2} + 2\sqrt[3]{8} + 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

29. Determine  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x - 3}{3x^4 + 1}$ :  
**A.** 0      **B.** 4/3      **C.** -3      **D.** 1      **E.**  $+\infty$

**Resposta:** A

**Explicação:** Seja

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x - 3}{3x^4 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{3x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3x^2} = \frac{2}{3 \cdot (+\infty)^2} = 0$$

30. Indique o limite, quando  $x \rightarrow 0$ , da função  $\frac{x - \sin(3x)}{3x^2 - \sin(5x)}$ :  
**A.** 0      **B.** 1/3      **C.** 2/5      **D.** 3/5      **E.** 1

**Resposta:** C

**Explicação:** Queremos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(3x)}{3x^2 - \sin(5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3x}{3x^2 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{x(3x - 5)} = -\frac{2}{3 \cdot 0 - 5} = \frac{2}{5}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

31. PASSE PARA A PERGUNTA SEGUINTE.

32. Qual o valor do parâmetro  $\beta \in \mathbb{R}$  para o qual a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x}, & x > 0 \\ 5^x - \beta, & x \leq 0 \end{cases}$  é contínua em  $\mathbb{R}$ :
- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. -2                      E. -3

**Resposta:** D

**Explicação:** Condição de continuidade  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ . Então

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{x} = 3 \wedge \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (5^x - \beta) = 1 - \beta$$

Então  $3 = 1 - \beta \implies \beta = -2$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

33. Indique qual a derivada de  $f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x}}$ :
- A.  $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$                       B.  $f'(x) = \frac{2x + 1}{2x^{3/2}}$                       C.  $f'(x) = 4x^{1/2}$                       D.  $f'(x) = \frac{2\sqrt{x}}{(x - 1)^2}$
- E.  $f'(x) = -\frac{1}{x}$

**Resposta:** B

**Explicação:** Pela regra do quociente

$$f'(x) = \frac{(2x - 1)' \sqrt{x} - (2x - 1)(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2\sqrt{x} - \frac{2x-1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{2\sqrt{x}}{x} - \frac{2x-1}{2x\sqrt{x}} = \frac{4x^2 - 2x^2 + x}{2x^{5/2}} = \frac{2x + 1}{2x^{3/2}}$$

34. Considere a função  $f(x) = xe^{-x}$ . Indique os seus intervalos de monotonia:

- A. Crescente:  $] - \infty, 1[$  e decrescente:  $]1, \infty[$
- B. Crescente:  $\mathbb{R}$
- C. Decrescente:  $\mathbb{R}$
- D. Crescente:  $] - \infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$  e decrescente:  $]0, 1[$
- E. Crescente:  $[0, 1]$  e decrescente:  $]1, \infty[$

**Resposta:** A

**Explicação:** Pontos críticos de  $f$ :  $f'(x) = 1 \cdot e^{-x} - x \cdot e^{-x} = (1 - x)e^{-x} = 0$ .

$$x = 1, \quad \forall x_0 < 1, \quad f'(x_0) > 0 \quad \text{e} \quad f'(x_0) < 0 \quad \forall x_0 > 1$$

Ou seja  $f(x)$  é crescente em  $] - \infty; 1[$  e decrescente em  $]1, +\infty[$ .

35. Seja a função  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ . Qual das seguintes afirmações é correcta?

- A.  $f(x)$  tem um mínimo e um máximo.
- B.  $f(x)$  tem um mínimo e não tem máximo.
- C.  $f(x)$  tem um máximo e não tem mínimo.
- D.  $f(x)$  é crescente na recta numérica.
- E.  $f(x)$  é decrescente na recta numérica.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

**Resposta:** A

**Explicação:** Seja  $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \implies x = \pm 1$ . Claro que  $\forall x_0 < -1$ ,  $f'(x_0) > 0$  e *forall*  $-1 < x_0 < 1$ ,  $f'(x_0) < 0$  e por fim  $\forall x_0 > 1$ ,  $f'(x_0) > 0$  logo temos um máximo em  $x_0 = -1$  e um mínimo em  $x = 1$ . O que corresponde a alínea acima indicada.

36. A recta  $y = 8x - 5$  é tangente ao gráfico da função  $f(x)$  em  $x = 1$ . Determine a equação da recta tangente ao gráfico de  $g(x) = f(x) - 2$  em  $x = 1$ :

A.  $y = -5x + 8$       B.  $y = 6x - 3$       C.  $y = 8x - 7$       D.  $y = 6x - 7$       E.  $y = 8x + 2$  **Resposta:** C

**Explicação:** Como  $y = 8x - 5$  é tangente ao gráfico da função  $f(x)$  no ponto  $x = 1$ , então  $f'(1) = 8$ . E queremos equação da recta tangente a  $g(x) = f(x) - 1$ , que será

$$y = g'(1)(x - 1) + g(1)$$

Vejamos que  $g'(x) = f'(x) - 0 \implies g'(1) = f'(1) = 8$  e  $g(1) = f(1) - 2$ .

Note-se que a recta tangente a  $f$  é dado por  $y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 8(x - 1) + f(1) = 8x + f(1) - 8$ , logo  $f(1) - 8 = -5 \implies f(1) = -5 + 8 = 3$ . Pelo que

$$g(1) = 3 - 2 = 1 \implies y = 8(x - 1) + 1 = 8x - 8 + 1 = 8x - 7$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

37. A que função corresponde o integral  $\int x^2 \left( \frac{x^3}{3} + 2 \right)^2 dx$ ?

A.  $F(x) = \left( \frac{x^3}{9} + 2 \right)^3$       B.  $F(x) = \frac{x^3}{3} \left( \frac{x^4}{4} + 2 \right)^2$       C.  $F(x) = \left( \frac{x^4}{4} + 2 \right)^2$       D.  $F(x) = x^3 \left( \frac{x^3}{3} + 2 \right)^3$       E.  $F(x) = \frac{1}{3} \left( \frac{x^3}{3} + 2 \right)^3$

**Resposta:** E

**Explicação:** Seja

$$F(x) = \int x^2 \left( \frac{x^3}{3} + 2 \right)^2 dx, \quad \text{Suponha que } \frac{x^3}{3} + 2 = k \implies dk = x^2 dx$$

Logo

$$F(x) = \int k^2 dk = \frac{k^3}{3} = \frac{1}{3} \left( \frac{x^3}{3} + 2 \right)^3 + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

O que corresponde a alínea acima indicada.

38. Determine a primitiva de  $f(x) = \sin^2(x) \cos(x)$ :

A.  $\frac{\sin^3(x)}{3} + c, c \in \mathbb{R}$       B.  $\frac{\sin^3(x) \cos^2(x)}{3} + c, c \in \mathbb{R}$       C.  $\frac{\sin^2(x) \cos^2(x)}{2} + c, c \in \mathbb{R}$   
D.  $-2 \sin(x) \cos(x) + c, c \in \mathbb{R}$       E.  $-\sin^2(x) + c, c \in \mathbb{R}$

**Resposta:** A

**Explicação:** Queremos a primitiva de  $f(x) = \sin^2(x) \cos(x)$ , ou seja

$$\int \sin^2(x) \cos(x) dx, \quad \text{Suponha que } \sin(x) = k \implies dk = \cos(x) dx$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se avontade para entrar em contacto WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo pelo teu sinal! 879369395

Logo

$$\int \sin^2(x) \cos(x) dx = \int k^2 dk = \frac{k^3}{3} = \frac{\sin^3(x)}{3} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

39. Uma das funções que cumpre a condição  $f'(x) = 4x^3 + x^2$  é:

- A.  $f(x) = x^4 + x^3$       B.  $f(x) = x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 4$       C.  $f(x) = x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 1$       D.  
 $f(x) = 4x^4 + x^3 + 4$       E.  $f(x) = -x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 4$

**Resposta:** B

**Explicação:** Ao derivadas cada uma das alternativas, facilmente nota-se que  $f(x) = x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 4$  é uma das funções que cumpre com a Condição.

40. Qual é o valor de  $(3 - 4i)(2 - i)(i)$ ?

- A.  $5 - 11i$       B.  $2 + 5i$       C.  $6 - 11i$       D.  $11 + 2i$       E.  $5 - 2i$

**Resposta:**

**Explicação:** Sabemos que  $i^2 = -1$ , então

$$(3 - 4i)(2 - i)(i) = (6 - 3i - 8i + 4i^2)(i) = (6 - 4 - 11i)(i) = 2i - 11i^2 = 2i + 11$$

O que corresponde a alínea acima indicada.