



FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Guião de correcção do exame de Matemática UP 2021

1. Resposta: D

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^{-4} \cdot \left(1 + 2\frac{1}{3} \right)^{-12} \div \left(1 + \frac{2}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{1}{2} \right)^{3 \cdot (-4)} \cdot \left(1 + \frac{7}{3} \right)^{-12} \div \left(\frac{3+2}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{1}{2} \right)^{-12} \cdot \left(\frac{3+7}{3} \right)^{-12} \div \left(\frac{5}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{1}{2} \right)^{-12} \cdot \left(\frac{10}{3} \right)^{-12} \div \left(\frac{5}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \right)^{-12} \div \left(\frac{5}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{5}{3} \right)^{-12} \div \left(\frac{5}{3} \right)^{-11} \\ &= \left(\frac{5}{3} \right)^{-12 - (-11)} \\ &= \left(\frac{5}{3} \right)^{-12+11} \\ &= \left(\frac{5}{3} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{5}{3} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

$$= \left(\frac{3}{5}\right)$$

2. C $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = a - b$

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} \\ &= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a^2 + ab + b^2} \quad \text{Diferença de cubos} \\ &= \frac{(a-b)\cancel{(a^2 + ab + b^2)}}{\cancel{a^2 + ab + b^2}} \\ &= a - b \end{aligned}$$

3. A 29

Dado o problema:

- i. Total de professores: 50;
- ii. Professores que ensinam apenas Português:

$$P = 18 - 4 = 14;$$

- iii. Professores que ensinam apenas Inglês:

$$I = 7 - 4 = 3;$$

- iv Professores que ensinam ambas as línguas:

$$P \cap I = 4$$

Total de professores que ensinam Português ou Inglês:

$$P \cup I = 14 + 3 + 4 = 21$$

Professores que não ensinam nenhuma das línguas:

$$X = 50 - 21 = 29$$

4. D $]0, 4[$

Dado o trinômio $y = x^2 + 2kx + 4k$, o discriminante é dado por:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Com $a = 1$, $b = 2k$, $c = 4k$, temos:

$$\Delta = (2k)^2 - 4(1)(4k) = 4k^2 - 16k$$

Para que o trinômio não admita raízes reais, é necessário que:

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4k^2 - 16k < 0.$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

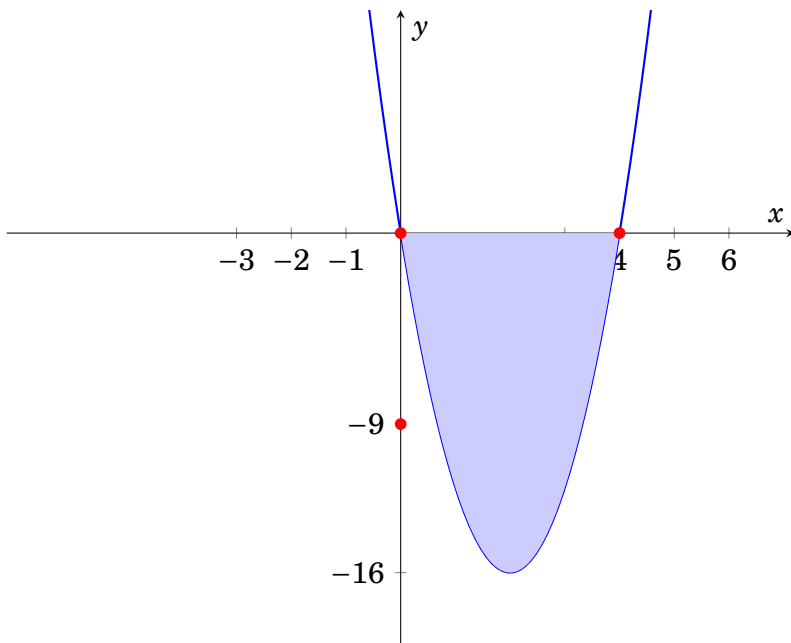
Fatorando:

$$4k(k - 4) < 0$$

$$4k(k - 4) = 0$$

$$4k = 0 \quad k - 4 = 0$$

$$k = 0 \quad \vee \quad k = 4$$



Podemos ver pelo gráfico que a solução dessa inequação é o intervalo onde o produto $k(k - 4)$ é negativo:

$$k \in]0, 4[$$

5. $A \sim p \vee q$

Na a disjunção é falsa apenas quando p e q são falsas simultaneamente.

6. C

7. A

Dadas as rectas $x + 3y - 6 = 0$ e $y = \frac{2}{3}x$, determine a área do triângulo OBC formado por estas retas e os eixos x e y .

1. Interseção da recta $x + 3y - 6 = 0$ com os eixos:

- No eixo x ($y = 0$):

$$x + 3(0) - 6 = 0 \implies x = 6$$

Portanto, o ponto de interseção com o eixo x é $B(6, 0)$.

- No eixo y ($x = 0$):

$$0 + 3y - 6 = 0 \implies 3y = 6 \implies y = 2$$

Portanto, o ponto de interseção com o eixo y é $C(0, 2)$.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

Para encontrar a interseção entre as retas $x + 3y - 6 = 0$ e $y = \frac{2}{3}x$, substituímos $y = \frac{2}{3}x$ na equação da primeira reta:

$$x + 3\left(\frac{2}{3}x\right) - 6 = 0$$

$$x + 2x - 6 = 0$$

$$3x = 6 \implies x = 2$$

Para $x = 2$, substituímos em $y = \frac{2}{3}x$:

$$y = \frac{2}{3}(2) = \frac{4}{3}$$

Portanto, o ponto de interseção entre as duas retas é $(2, \frac{4}{3})$.

Os vértices do triângulo OBC são $O(0,0)$, $B(6,0)$ e $C(0,2)$. A área A de um triângulo com vértices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) é dada por:

$$A = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

Substituímos os pontos $O(0,0)$, $B(6,0)$ e $C(0,2)$:

$$A = \frac{1}{2} |0(0 - 2) + 6(2 - 0) + 0(0 - 0)|$$

$$A = \frac{1}{2} |0 + 12 + 0| = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$$

8. D

Sendo as funções $f(x) = 2x - 9$ e $g(x) = x^2 + 5x + 3$ a composição $f(g(x)) = 2g(x) - 9 = 2(x^2 + 5x + 3) - 9 = 2x^2 + 10x + 6 - 9 = 2x^2 + 10x - 3$ e $(f(g(x)) = g(x)$ sera:

$$2x^2 + 10x - 3 = x^2 + 5x + 3$$

$$2x^2 - x^2 + 10x - 5x - 3 - 3 = 0$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

Utilizando soma e produto encontramos como raízes:

$$x = -1 \vee x = 5$$

A soma dos valores absolutos : $|-1| + |5| = 1 + 5 = 6$

9. B

10. D

$$\tan BMA = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{AB}{BM}$$

Para achar AB podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{AB}^2$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

$$\overline{AB}^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{100 - 36}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{64}$$

$$\overline{AB} = 8$$

Sendo M o ponto médio, divide o seguimento em duas partes iguais então:

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

$$\overline{BM} = \frac{6}{2}$$

$$\overline{BM} = 3$$

Assim:

$$\tan BMA = \frac{AB}{BM}$$

$$\tan BMA = \frac{8}{3}$$

11. B

Resolva a equação considerando os dois casos do módulo:

$$\text{i. } x - 1 = \frac{2 - x}{4}$$

$$\text{ii. } x - 1 = -\frac{2 - x}{4}$$

Mas $x - 1 \geq 0 \implies x \geq 1$

Caso i:

$$x - 1 = \frac{2 - x}{4}$$

$$4(x - 1) = 2 - x \implies 4x - 4 = 2 - x \implies 5x = 6 \implies x = \frac{6}{5} \quad \text{Satisfaz a condição } x \geq 1$$

Caso ii:

$$x - 1 = -\frac{2 - x}{4}$$

$$4(x - 1) = -(2 - x) \implies 4x - 4 = -2 + x \implies 3x = 2 \implies x = \frac{2}{3} \quad \text{Não satisfaz a condição } x \geq 1$$

Logo a temos como solução:

$$\frac{6}{5}$$

12. NAO TEM ALTERNATIVA CORRECTA

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

13. A $x \in]-\infty, 5[$

$$2^x - 2^{x+2} > -96$$

$$2^x - 4 \cdot 2^x > -96$$

$$2^x(1 - 4) > -96$$

$$2^x(-3) > -96$$

$$-3 \cdot 2^x < 96$$

$$2^x < 32$$

$$2^x < 2^5$$

$$x < 5$$

$$x \in]-\infty, 5[$$

14. C

Para $x \in [0, 2\pi]$, qual é a soma das abscissas dos pontos de interseção dos gráficos de $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = \cos(x)$?

Os pontos de interseção ocorrem quando:

$$\sin(x) = \cos(x).$$

Dividindo ambos os lados por $\cos(x)$ (assumindo $\cos(x) \neq 0$):

$$\tan(x) = 1.$$

As soluções são:

$$x = \frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad x = \frac{5\pi}{4}, \quad \text{em } [0, 2\pi]$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}.$$

15. A

A fórmula para calcular combinações é:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

No caso, $n = 10$ e $k = 4$:

$$C(10, 4) = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

16. C

O total de bolas na urna é:

$$10 + 6 + 4 = 20$$

O número de bolas não pretas (verdes e vermelhas) é:

$$10 + 6 = 16$$

A probabilidade de a bola ser não preta é:

$$P = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos totais}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

17. A

Condições da PA

Para uma PA a razão é dada pela diferença do termo consequente e seu antecedente ou seja:

$$d = a - 3 = b - a$$

$$a - 3 = b - a$$

$$a + a = b + 3$$

$$2a = b + 3$$

$$a = \frac{b + 3}{2}$$

Condições da PG

Para uma PG a razão é dada pelo quociente do termo consequente e seu antecedente ou seja:

$$q = \frac{b}{a} = \frac{8}{b}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{8}{b}$$

$$b^2 = 8a$$

Então para encontrar esses valores de a e b podemos montar um sistema de equações:

$$\begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b^2 = 8a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b^2 = 8\left(\frac{b+3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b^2 = 4(b+3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b^2 - 4b - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b^2 - 4b - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b+3}{2} \\ b = 6 \vee b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{6+3}{2} \\ a = \frac{-2+3}{2} \\ b = 6 \vee b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \\ b = 6 \vee b = -2 \end{cases}$$

Sendo a PA de razão positiva então a PA o caso que $a = -\frac{1}{2}$ e $b = -2$ não faz sentido pois é uma PA decrescente o que faz com que a PA tenha razão negativa. Então ficamos com o caso que $a = \frac{9}{2}$ e $b = 6$ e $a + b = \frac{9}{2} + 6 = \frac{9+12}{2} = \frac{21}{2}$

18. B

A soma dos n primeiros termos de uma PG é dada por:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1},$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

onde $a = 1$ (primeiro termo) e $r = 2$ (razão):

$$S_n = 2^n - 1$$

$$2^n - 1 = 1023 \implies 2^n = 1024 \implies 2^n = 2^{10} \implies n = 10$$

19. A

Uma função f é injetiva se $f(x_1) \neq f(x_2)$ para $x_1 \neq x_2$.

20. D $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ existe.

21. NAO TEM ALTERNATIVA CORRECTA

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{x+1}} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

Aplicando regra de L'Hospital

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x)'}{(1 - \sqrt{x+1})'} &= \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{0 - \frac{1}{2(x+1)}} \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{2(0+1)}} \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{2}} \\ &= 1 \cdot -2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

22. A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{6x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{2x} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3} \\ &= 1 \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

23. C

Uma função diz-se descontínua não removível da 1ª espécie no ponto a , se:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \neq \lim_{x \rightarrow a^+}$$

Dada a função $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 1 \\ 2^x, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x = 1$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2^x = 2^1 = 2$$

Podemos ver que os limites laterais são diferentes, logo descontínua não removível da 1ª espécie no ponto $x = 1$.

24. B $f^{-1} = \arccos(x)$

$$f(x) = \cos(x)$$

$$y = \cos(x)$$

$$x = \cos(y)$$

$$x = \arccos(y)$$

$$y = \arccos(x)$$

25. B

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$f'(x) = \frac{x' \cdot \ln x - x \cdot (\ln x)'}{(\ln x)^2} \quad \text{Regra de Quociente}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

$$f'(e) = \frac{\ln e - 1}{(\ln e)^2}$$

$$f'(e) = \frac{1 - 1}{(\ln e)^2}$$

$$f'(e) = \frac{0}{(\ln e)^2}$$

$$f'(e) = 0$$

26. D

O ponto de inflexão (onde o gráfico muda de sentido de concavidade) é encontrado através de $f'' = 0$, logo tendo a função $f(x) = 5x^4 - x^5$.

$$f'(x) = 20x^3 - 5x^4$$

$$f''(x) = 60x^2 - 20x^3$$

$$f''(x) = 0$$

$$60x^2 - 20x^3 = 0$$

$$20x^2(3 - x) = 0$$

$$20x^2 = 0 \quad \vee \quad (3 - x) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 3 = x$$

Agora achemos as abcissas : $f(0)$ e $f(3)$, $f(0) = 5 \cdot 0^4 - 0^5 = 0$ e $f(3) = 5 \cdot 3^4 - 3^5 = 5 \cdot 81 - 243 = 405 - 243 = 162$. Estudo aqui o sinal da segunda derivada, onde cima e baixo indicam o sentido da concavidade.

	$] \infty, 0[$	0	$] 0, 3[$	3	$] 3, +\infty[$
$f''(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$	cima	0	cima	162	baixo

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395