FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Guião de correcção do exame de Matemática I - 2025

1. **Resposta:** D
   Explicação: Aqui estamos perante uma equação modular apenas aplicamos o conceito de módulo.

$$-|x-2|+6=2$$
$$|x-2|=6-2$$
$$|x-2|=4$$

   Aplicando o conceito de módulo de um número teremos:

$$x-2=4 \quad x-2=-4$$
$$x=4+2 \quad \vee \quad x=-4+2$$
$$x=6 \quad \vee \quad x=-2$$

2. **Resposta:** A
   Explicação: Aplicação do conceito de módulo em inequações.

$$|x|>3$$
$$x>3 \quad \vee \quad x<-3$$

   Logo, $x \in]-\infty;-3[\cup]3;+\infty[$

3. **Resposta:** B
   Explicação: O valor absoluto da diferença entre um número x e π representa a distância entre eles. A desigualdade $|x-\pi| \leq \frac{3}{2}$ afirma que a distância é menor ou igual a $\frac{3}{2}$.

$$|x-\pi| \leq \frac{3}{2}$$

4. **Resposta:** E
   Explicação: Sendo uma função modular, então é considera uma função não negativa.

5. **Resposta:** E
   Explicação: Aplica-se o conceito de módulo para condicionar quais valores de o x pode assumir.

$$-(x+\pi) \geq 0$$

$$-x-\pi \leq 0$$

$$-x \leq \pi$$

$$x \leq -\pi$$

6. **Resposta:** D
   Explicação:

$$|x+1| = -|x| + 4$$

$$|x+1| + |x| = 4$$

$$\begin{cases} x+1+x=4 & (\text{para } x \geq 0) \\ -(x+1)-x=4 & (\text{para } x < -1) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x=4-1 & (\text{para } x \geq 0) \\ -2x=4+1 & (\text{para } x < -1) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} & (\text{para } x \geq 0) \\ x=-\dfrac{5}{2} & (\text{para } x < -1) \end{cases}$$

7. **Resposta:** A
   Explicação: Achando aqui os divisores de 60 teremos $D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$, dentre esses divisores o s números primos são $E = \{2, 3, 5\}$. Então, usando a nossa formúla de probabilidade onde temos os casos possíveis (divisores de 60) que são 12 e os casos favoráveis (divores de 60 e primos) que são 3.

$$P = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P = \frac{3}{12}$$

$$P = \frac{1}{4}$$

$$P = 0,25 = 25\%$$

8. **Resposta:** D
   Explicação: Aplicação do conceito de combinações e equações quadráticas.

$$C_2^n = 6$$

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} = 6$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 12$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 12$$

$$n(n-1) = 12$$

$$n^2 - n - 12 = 0$$

$$n = -3 \vee n = 4$$

   Uma vez que $n \in \mathbb{N}$, então $n = 4$.

9. **Resposta:** E
   Explicação: Para cada um dos 4 digitos, temos 10 opções (de 0 a 9). Portano, o número total de combinações é $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$.

10. **Resposta:** C
    Explicação: As consoantes na palavra são L, P e S. As três consoantes podem ser ordenadas de $3! = 6$ maneiras diferentes e as vogais podem ser ordenadas de $2! = 2$. Então ao formar palavras com ou sentido teremos $2! \cdot 3! = 2 \cdot 6 = 12$ palavras.

11. **Resposta:** E
Explicação: Primeiro precisamos escolher 5 lugares dentre os 8 disponíveis, isso pode ser feito por C_5^8. Apos escolher esses lugares precisamos de ordenar as 5 pessoas nesses lugares, o que pode ser feito de 5! maneiras, assim podemos determinar dizer que as pessoas podem sentar-se na fila de:

$$n = 8, p = 5$$

$$A_p^n = p! \times C_p^n$$
$$A_5^8 = 5! \times C_5^8$$

12. **Resposta:**A
Explicação: Se a probabilidade de tirar uma bola azul for $\frac{2}{3}$, então a probilidade de tirar uma bola amarela é de $\frac{1}{3}$ (porque a probabilidade totaç é 1). Sabemos que foram sorteadas 14 bolas azuis e a probabilidade de se tirar uma bola azul é $\frac{2}{3}$. A probabilidade de tirar uma azul é de $\frac{14}{x+14}$, logo $\frac{14}{x+14} = \frac{2}{3}$ sendo x o número de bolas amarelas.

$$\frac{14}{x+14} = \frac{2}{3}$$
$$2(x+14) = 14 \cdot 3$$
$$x + 14 = \frac{14 \cdot 3}{2}$$
$$x = 21 - 14$$
$$x = 7$$

Então, há 7 bolas amarelas na caixa.

13. **Resposta:** E
Explicação: O triângulo de Pascal é uma disposição triangular de números que representa coeficientes binomiais. Para determinar quantos elementos existem em uma linha específica do triângulo basta somar mais um a linha do triângulo, Nesse caso estamos na linha 15, então temos 16 elementos como casos possíveis e como queremos saber a probabilidade de ser escolhido o elemento 105, este que aparece duas vezes temos como casos favoraveis 2. Logo

$$P = \frac{2}{16}$$
$$P = \frac{1}{8}$$

14. **Resposta:** E
Explicação: Para funções irracionais que envolvem raizes quadradas ou pares esteja definida é necessário que a expressão dentro da raiz deve ser não negativa e uma função logaritmica o argumento deve ser positivio.

$$x - 1 \geq 0 \quad \wedge \quad 1 - x^2 > 0$$
$$x \geq 1 \quad \wedge \quad -1 < x < 1$$

Logo, achando a intercepção $x \in \emptyset$.

15. **Resposta:** C
Explicação: A função cosseno ($\cos x$) tem como imagem de $[-1, 1]$, então para determinar a imagem de ($5\cos x{+}1$) partimos da imagem de cosseno que é $[-1, 1]$ multiplicamos por 5 obtemos $[-5, 5]$ e adicionamos 1 fazendo a translação vertical. A nova imagem se torna $[-5, 5] + 1 = [-5 + 1, 5 + 1] = [-4, 6]$.

16. **Resposta:** D
Explicação: A expressão analítica de uma função afim é dada por $y = ax + b$, temos os pontos (0,3) e (-2,-5) substituindo na expressão teremos

$$\begin{cases} 0 = 3a + b \\ -5 = -2a + b \end{cases}$$

Resolvendo o sistema teremos:
$\begin{cases} 0 = 3a + b \\ -5 = -2a + b \end{cases} \implies \begin{cases} -3a = b \\ -5 = -2a - 3a \end{cases} \implies \begin{cases} -3a = b \\ -5 = -5a \end{cases} \implies \begin{cases} -3a = b \\ 1 = a \end{cases} \implies \begin{cases} -3 = b \\ 1 = a \end{cases}$
Substituindo os valores na equação de expressão analitica teremo: $y = x - 3$.

17. **Resposta:** B
Explicação: A função é um polinômio de segundo grau. Os polinômios estão definidos para todos os números reais, isso significa que pode se substituir qualquer valor real de x na função.

18. **Resposta:** NAO TEM ALTERNATIVA CORRECTA

19. **Resposta:** A
Explicação:

$$f(x) = 2^x - 2$$
$$g(x) = f(x+k)$$
$$g(x) = 2^{x+k} - 2$$

Substituindo o ponto dado

$$-\frac{3}{2} = 2^{-4+k} - 2$$
$$2^{-4+k} = 2 - \frac{3}{2}$$
$$2^{k-4} = \frac{1}{2}$$
$$2^{k-4} = 2^{-1}$$
$$k - 4 = -1$$
$$k = 3$$

20. **Resposta:** A
Explicação: Aqui se trata de composição de funções, antes porém vamos achar a inversa da função g.

$$y = 2x + 4$$
$$x = 2y + 4$$
$$y = \frac{x-4}{2}$$

Agora fazendo a composição:

$$f \circ g^{-1}(x) = \left(\frac{x-4}{2}\right)^2 - 9$$
$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{(x-4)^2}{2^2} - 9$$
$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{(x-4)^2}{4} - 9$$
$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{(x-4)^2 - 36}{4}$$

Agora achando os zeros:

$$\frac{(x-4)^2 - 36}{4} = 0$$
$$(x-4)^2 - 36 = 0$$
$$(x-4)^2 = 36$$
$$x - 4 = \pm\sqrt{36}$$
$$x = -6 + 4 \quad \vee \quad x = 6 + 4$$
$$x = -2 \quad \vee \quad x = 10$$

21. **Resposta:** NENHUMA DAS ALTERNATIVAS É CORRECTA, MAS A MAIS PRÓXIMA É A ALTERNATIVA C.
Explicação: Optamos pela escrita dos termos já dados em função da razão e do primeiro termo tendo em conta que o termo geral de uma progressão aritmetica é a dado por $u_n = u_1 + (n-1)r$, assim teremos:
$$\begin{cases} u_5 + u_6 = 31 \\ u_7 + u_9 = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4r + u_1 + 5r = 31 \\ u_1 + 6r + u_1 + 8r = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9r = 31 \\ 2u_1 + 9r + 5r = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9r = 31 \\ 31 + 5r = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9r = 31 \\ 5r = 46 - 31 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2u_1 + 9r = 31 \\ 5r = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9 \cdot 3 = 31 \\ r = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9 \cdot 3 = 31 \\ r = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 = 31 - 27 \\ r = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 = 4 \\ r = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ r = 3 \end{cases}$$

22. **Resposta:** B
Explicação: Aplicação do conceito de progressão geométrica, concretamente o termo geral desta dado por $v_n = v_1 \cdot q^{n-1}$ assim:
$$v_5 = v_1 \cdot q^4$$
$$v_8 = v_1 \cdot q^7 \Leftrightarrow v_8 = v_1 \cdot q^4 \cdot q^3 \Leftrightarrow v_8 = v_5 \cdot q^3$$
Substituindo os valores que temos:
$$108 = 4 \cdot q^3$$
$$\frac{108}{4} = q^3$$
$$27 = q^3$$
$$q = 3$$
Agora para achar o sexto termo vamos usar a mesma analogia:
$$v_6 = v_1 \cdot q^5$$
$$v_6 = v_1 \cdot q^4 \cdot q$$
$$v_6 = v_5 \cdot q$$
Substituindo
$$v_6 = 4 \cdot 3$$
$$v_6 = 12$$

23. **Resposta:** A
Explicação: É uma PA crescente pois, a diferença ou razão entre o termo consequente e o antecedente é constante.

24. **Resposta:** D
Explicação: Uma sucessão é convergente quando, à medida que você avança nos termos eles se aproximam de um número finito.

25. **Resposta:** A e E
Explicação: Uma sucessão é limitada quando existe um número máximo (majorante) e um número mínimo (minorante) que restrigem todos os seus termos, ou seja os valores dessa sucessão permanecem nesse intervalo.

26. **Resposta:** C
Explicação:
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2n^2 + 3n + 4}{n^2 + 4}$$
$$L = \lim_{x \to +\infty} \frac{2n^2}{n^2}$$
$$L = \lim_{x \to +\infty} 2$$
$$L = 2$$

27. **Resposta:** C
Explicação:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 n$$
$$L=\lim_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^2$$
$$L=\left[\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^2$$
$$L=e^2$$

Nota: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=e.$

28. **Resposta:**
Explicação: Para que a função seja contínua, o limite da função no ponto deve existir e ser igual a função no ponto

$$\lim_{x\to a}2-x=\lim_{x\to a}x^2+2$$
$$2-a=a^2+2$$
$$a^2+a=0$$
$$a(a+1)=0$$
$$a=0\vee a=-1$$

Uma vez que $a\in]-\infty,0[$, então apenas o -1 é solução.

29. **Resposta:**
Explicação: A equação $y=3x-5$ é assimptota oblíqua, que está na forma $y=ax+b$ sendo que $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ e $b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)$. Então para que seja contínua nesse dominio

$$\lim_{x\to\infty}[g(x)-(ax+b)]=0$$
$$\lim_{x\to\infty}[g(x)-(3x-5)]=0$$
$$\lim_{x\to\infty}[g(x)-3x+5]=0$$

30. **Resposta:** B
Explicação: Pode se visualizar que ao se aproximar do 2 tanto pela esquerda tanto pela direita os limites são diferentes, fazendo com que o limiteno ponto não exista e ambos limites são diferentes da função no ponto.

31. **Resposta:** E
Explicação:

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin 2x}{x}$$
$$L=\lim_{x\to0}\frac{\sin 2x}{x}\cdot\frac{2}{2}$$
$$L=2\cdot\lim_{x\to0}\frac{\sin 2x}{2x}$$
$$L=2\cdot1=2$$

32. **Resposta:**C
Explicação:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{5x-2}{x}-\frac{4x^2+2x+1}{2x^2+1}\right)$$
$$L=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{5x}{x}-\frac{4x^2}{2x^2}\right)$$
$$L=5-2$$
$$L=3$$

33. **Resposta:** D
Explicação:

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x^2}{3} + 2\right)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x^2+6}{3}\right)$$

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{2x^2+6}{3}\right)'}{\frac{2x^2}{3} + 2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{4x}{3}}{\frac{2x^2}{3} + 2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{4x}{3}}{\frac{2x^2+6}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{4x}{3} \cdot \frac{3}{2x^2+6}$$

$$f'(x) = \frac{4x}{2x^2+6}$$

$$f'(x) = \frac{4x}{2(x^2+3)}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+3}$$

34. **Resposta:** B
Explicação: A unica opção em que a função devivada é igual a função primitica é a anternativa B pois, $g(x) = 3e^x$ e $g'(x) = 3e^x$.

35. **Resposta:** D
Explicação:

$$y = kx^2 + 10x + 1$$

Queremos encontrar k tal que a reta tangente no ponto de abscissa $x = 2$ tenha coeficiente angular igual a 2.

1. Derivamos a função:

$$y' = 2kx + 10$$

2. Substituímos $x = 2$ e igualamos a 2:

$$2k(2) + 10 = 2$$

$$4k + 10 = 2$$

$$4k = -8$$

$$k = -2$$

36. **Resposta:** D
Explicação: A função é $f(x) = \sin(\pi x)$. Queremos a equação da reta tangente no ponto $x = 1$.

1. Derivamos $f(x)$:

$$f'(x) = \pi\cos(\pi x)$$

2. Calculamos $f'(1)$:

$$f'(1) = \pi\cos(\pi) = -\pi$$

3. Calculamos $f(1)$:

$$f(1) = \sin(\pi) = 0$$

4. Usamos a equação da reta $y - y_0 = m(x - x_0)$:

$$y - 0 = -\pi(x - 1)$$

$$y = -\pi x + \pi$$

37. **Resposta:**A
Explicação: Dada a função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$, buscamos os extremos.
1. Derivamos $f(x)$:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$$

Igualamos a zero:

$$3(x^2 - 2x - 8) = 0$$
$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

2. Derivamos novamente para testar a concavidade:

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(4) = 18 > 0 \Rightarrow \text{mínimo}$$
$$f''(-2) = -18 < 0 \Rightarrow \text{máximo}$$

38. **Resposta:** B
Explicação: Dada a derivada $f'(x) = 2xe^{1-x^2}$, analisamos $f''(x)$ para determinar a concavidade:
1. Derivamos novamente:

$$f''(x) = e^{1-x^2}(2 - 4x^2)$$

2. Resolvemos $f''(x) = 0$:

$$2 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. Testamos intervalos:

- Se $|x| < \frac{\sqrt{2}}{2}$, então $f''(x) > 0$ (concavidade para cima).
- Se $|x| > \frac{\sqrt{2}}{2}$, então $f''(x) < 0$ (concavidade para baixo).

Portanto, a concavidade é voltada para cima nos intervalos $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right[$.

39. **Resposta:** E
Explicação:

$$\int (e^x + 1)dx$$

$$I = \int e^x dx + \int 1 dx$$

$$I = e^x + x + C$$

40. **Resposta:** D
Explicação:

$$(3 - 3\imath)(-4 + \imath)$$

Aplicando a propriedade distributiva

$$= -12 + 3\imath + 8\imath - 2\imath^2$$

$$= -12 + 11\imath - 2 \cdot (-1)$$

$$= -12 + 2 + 11\imath$$

$$= -10 + 11\imath$$