



FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

### Guião de correcção do exame de Matemática III UEM 2025

1. **Resposta:** D

**Explicação:** Aplicação da definição de módulo de um número real.

$$|x^2 + 9| = 0$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm\sqrt{-9}$$

Sendo o radicando negativo, está raiz não tem solução para os reais. Fazendo com que a equação não tenha solução.

2. **Resposta:** D

**Explicação:** A definição de módulo em si já diz que, o valor que está dentro do módulo é sempre positivo ou zero ou seja não negativo. Então no caso, a função dada só pode assumir valores positivos ou o zero.

3. **Resposta:** E

4. **Resposta:** D

**Explicação:** O módulo de um número real  $x$ , representado por  $|x|$ , é definido como:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

5. **Resposta:** E

Para resolver a inequação  $|2x + 1| > |x - 1|$ , podemos elevar ambos os lados ao quadrado para eliminar os módulos:

$$|2x + 1|^2 > |x - 1|^2$$

Isso resulta em:

$$(2x + 1)^2 > (x - 1)^2$$

Expanda ambos os lados:

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.guardo o seu contato! 879369395

$$4x^2 + 4x + 1 > x^2 - 2x + 1$$

Subtraia  $x^2 - 2x + 1$  de ambos os lados:

$$3x^2 + 6x > 0$$

Fatore a expressão:

$$3x(x + 2) > 0$$

Agora, determine os intervalos onde o produto é positivo. Os pontos críticos são  $x = -2$  e  $x = 0$ . Testando os intervalos:

- Para  $x < -2$ ,  $3x(x + 2) > 0$  (positivo).
- Para  $-2 < x < 0$ ,  $3x(x + 2) < 0$  (negativo).
- Para  $x > 0$ ,  $3x(x + 2) > 0$  (positivo).

Portanto, a solução da inequação é:

$$x \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$$

6. **Resposta:** E

7. **Resposta:** D

**Explicação:** Este é um caso de permutação com repetição, a letra "s" aparece duas vezes o que faz com essa letra não seja distintiva também como diz o enunciado. Logo, aplicando o conceito de permutação com repetição teremos:

$$P_4^2 = \frac{4!}{2!}$$

$$P_4^2 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$

Simplificando

$$P_4^2 = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}}$$

$$P_4^2 = 4 \cdot 3$$

$$P_4^2 = 12$$

8. **Resposta:** B

**Explicação:** O selecionador precisa escolher 11 jogadores dentre 18. Como a ordem em que os jogadores são escolhidos não importa, usamos a combinação:

$$C_{18}^{11} = \binom{18}{11} = \frac{18!}{11! \cdot 7!} = 31824$$

9. **Resposta:** E

**Explicação:** A bibliotecária precisa escolher 4 romances dentre 8 e 3 livros de matemática dentre 7. Como essas escolhas são independentes, multiplicamos as combinações:

$$\binom{8}{4} \times \binom{7}{3} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \times \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 70 \times 35 = 2450$$

Portanto, existem 2.450 formas de fazer essa seleção.

10. **Resposta:** C

**Explicação:** O coeficiente de  $x^4 a^4$  no desenvolvimento de  $(x + a)^8$  é dado pelo termo binomial:

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = 70$$

Assim, o coeficiente de  $x^4 a^4$  é 70.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

11. **Resposta:** B

**Explicação:** Para o caso vamos usar arranjos para poder encontrar a expressão simplificada. Vamos usar a fórmula de arranjos:

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_n^{n-1} = \frac{n!}{[n - (n-1)]!}$$

$$A_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-n+1)!}$$

$$A_n^{n-1} = \frac{n!}{1!}$$

Simplificando

$$\boxed{A_n^{n-1} = n!}$$

12. **Resposta:** E

**Explicação:** Como o dono da festa não apertou a mão de ninguém, e dono da festa não é convidado então 20 convidados participaram dos apertos de mão. O número de apertos de mão é dado pela combinação de 20 convidados tomados 2 a 2:

$$\binom{20}{2} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

Assim, foram registados 190 apertos de mão.

13. **Resposta:** C

**Explicação:** Intercepto horizontal (eixo x): Ocorre quando  $f(x) = 0$ . Resolvendo para  $x$ :

$$0 = ax + b \implies x = -\frac{b}{a}$$

Portanto, o intercepto horizontal é  $(-\frac{b}{a}, 0)$ . Assim, os interceptos são  $(0, b)$  e  $(-\frac{b}{a}, 0)$ .

14. **Resposta:** B

15. **Resposta:** D

**Explicação:** Discriminante positivo  $\Delta > 0$ : Garante que a função tenha duas raízes reais e distintas. Produto das raízes positivo  $\frac{c}{a} > 0$ : Garante que ambas as raízes tenham o mesmo sinal.

16. **Resposta:** B

17. **Resposta:** B **Explicação:**

$$(g \circ f)(x) = (\sqrt{x^2 + x - 1})^2$$

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 + x - 1}$$

$$(g \circ f)(x) = x^2 + x - 1 \quad \text{se } x^2 + x - 1 \geq 0$$

18. **Resposta:** A

**Explicação:** A função tangente assume quaisquer valores reais, ou seja seu domínio  $-\infty; +\infty$ , os termos  $2x, -1$  e  $+3$  comprimem horizontalmente (não afecta a imagem mas sim o período), deslocamento horizontal e deslocamento vertical o que não altera a imagem.

19. **Resposta:** D

20. **Resposta:** D

**Explicação:** O gráfico de uma função é dito que é par quando a função é simétrica em relação ao eixo  $y$ . Em outras palavras, se você refletir o gráfico em relação ao eixo  $y$  ele permanecerá inalterado.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

21. **Resposta:** D

$$a_n = \frac{n^2 + 8n + 1}{2n + 5}$$
$$a_{10} = \frac{10^2 + 8 \cdot 10 + 1}{2 \cdot 10 + 5}$$
$$a_{10} = \frac{181}{25}$$
$$a_{10} = 7,24$$

22. **Resposta:** C

**Explicação:** Uma sucessão é limitada quando existe um número máximo (majorante) e um número mínimo (minorante) que restringem todos os seus termos, ou seja os valores dessa sucessão permanecem nesse intervalo.

23. **Resposta:** D

**Explicação:** Para determinar o termo geral  $a_n$ , observamos os termos dados:

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 2.5, \quad a_3 = \frac{10}{3}, \quad a_4 = \frac{17}{7}, \quad a_5 = \frac{1}{4}$$

Testando as opções fornecidas, verificamos que a opção D:

$$a_n = \frac{n + 7}{n - 1}$$

24. **Resposta:** A

**Explicação:** Em uma progressão geométrica,  $u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$ . Dado:

$$u_4 = u_1 \cdot r^3 = 32 \quad \text{e} \quad u_8 = u_1 \cdot r^7 = 8192$$

Dividindo as duas equações:

$$\frac{u_8}{u_4} = r^4 = \frac{8192}{32} = 256 \implies r = 4$$

Então:

$$u_5 = u_4 \cdot r = 32 \cdot 4 = 128$$

25. **Resposta:** A

**Explicação:** Seja  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ . Temos:

$$a_4 + a_6 = a_1 r^3 + a_1 r^5 = 160 \quad \text{e} \quad a_5 + a_7 = a_1 r^4 + a_1 r^6 = 320$$

Dividindo as duas equações:

$$\frac{a_5 + a_7}{a_4 + a_6} = \frac{a_1 r^4(1 + r^2)}{a_1 r^3(1 + r^2)} = r = \frac{320}{160} = 2$$

Portanto, a razão  $\frac{a_{20}}{a_{19}} = r = 2$ .

26. **Resposta:** A

**Explicação:** Seja  $u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$ . Temos:

$$u_1 + u_2 = u_1(1 + r) = 192 \quad \text{e} \quad u_7 + u_8 = u_1 r^6(1 + r) = 3$$

Dividindo as duas equações:

$$\frac{u_7 + u_8}{u_1 + u_2} = r^6 = \frac{3}{192} = \frac{1}{64} \implies r = \frac{1}{2}$$

27. **Resposta:** E

**Explicação:** Uma sucessão diz se monótona se os seus termos aumentam ou diminuem consistentemente à medida que o índice aumenta. Formalmente diz que uma sucessão é monótona crescente ou decrescente.

28. **Resposta:** B

**Explicação:** Para achar o limite da função, quando nos aproximamos de 4 no gráfico, podemos visualizar que ao se aproximar do 4 tanto da esquerda quanto da direita a função ou seja o gráfico tende para  $-\infty$ .

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

29. **Resposta:** B

**Explicação:** Os valores de  $x$  para os quais a função é crescente podemos observar que toma valores partindo de  $-\infty$  até o 0 e este volta a crescer no intervalo de 4 até o  $+\infty$ .

30. **Resposta:** A

**Explicação:**

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 4}{x - 2} \right)$$

$$L = \frac{1^2 - 4}{1 - 2}$$

$$L = \frac{1 - 4}{-1}$$

$$L = \frac{-3}{-1}$$

$$L = 3$$

31. **Resposta:** D

**Explicação:** Quando substituímos o valor de  $x$  valendo 5 na nossa função teremos  $f(5) = \sqrt{9 - 5^2} = \sqrt{9 - 25} = \sqrt{-16}$  e isto não está definido para os valores reais.

32. **Resposta:** D

**Explicação:** Temos aqui o caso de uma função homogênea, para achar a assíntota horizontal basta achar o limite da função quando esta tende para o infinito. Sendo que a função tende para o infinito a recta ou assíntota horizontal pode ser dada como a divisão entre os coeficientes de maior grau do numerador e do denominador no caso teremos:

$$y = \frac{1}{3}$$

33. **Resposta:** A

**Explicação:**

$$f(x) = \ln x - \sqrt{x} + \cos x \sin x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + [(\cos x)' \sin x + \cos x (\sin x)']$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + (-\sin x \sin x + \cos x \cos x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + (-\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \cos(2x)$$

34. **Resposta:** D

**Explicação:** Em gráficos a primeira derivada é igual a zero onde a função tem ponto crítico, como um máximo, mínimo ou ponto de inflexão.

35. **Resposta:** A

**Explicação:** Uma função diz-se limitada se seus valores não crescem ou decrescem indefinidamente, ou seja, se existem constantes reais que limitam a função superiormente e/ou inferiormente. No caso uma função constante é uma função cujo valor não muda, independentemente do valor de  $x$  atribuído. Mas ser constante não é suficiente para dizer que a função é limitada, ou seja toda função constante é limitada mas nem toda função limitada é constante.

36. **Resposta:** A

**Explicação:** A equação da recta tangente é dada por:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Onde  $m$  é o declive da recta tangente que é encontrado pela derivada da função no ponto, no caso teremos que:

$$m = f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$m = (\sin x)'$$

$$m = \cos x$$

$$m = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$m = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Substituindo na nossa expressão ou equação da recta teremos:

$$y - y_o = \frac{\sqrt{2}}{2} (x - x_o)$$

Podemos também usar o ponto  $x = \frac{\pi}{4}$ , para achar o  $y$ ,  $y = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , logo a nossa equação passa a tomar o novo aspecto:

$$y - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Organizando :

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Colocando  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  em evidência teremos:

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{\pi}{4} + 1\right)$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

37. **Resposta:** D

38. **Resposta:** D

39. **Resposta:** C

40. **Resposta:** A

**Explicação:** A função quadrática tem o seu vértice (ponto máximo ou mínimo) em

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Sendo a nossa função  $f(x) = x^2 - 4x + 7$ , teremos o nosso vértice:

$$x = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1}$$

$$x = 2$$

Então, a nossa função atinge um mínimo nesse ponto  $x = 2$ .